

**Condorcet, Keuzestress, en Arrow**

***EEN LESPAKKET OVER COLLECTIEVE BESLUITVORMING EN SOCIAL CHOICE THEORY***

Beste leerkracht

Voor jou ligt een lespakket dat je in staat stelt je leerlingen te laten kennismaken met *Social Choice Theory* (afgekort als SCT). Het onderzoeksgebied van SCT bevindt zich op het raakvlak van politieke filosofie en wiskunde. Het handelt over hoe mensen samen, als groep, keuzes kunnen maken en wanneer dergelijke keuzes wel of niet democratisch zijn. Kortom, SCT is belangrijk voor onze opvattingen en theorieën over democratie.

Bestaande lespakketten stellen democratie veelal gelijk met representatieve democratie. Dit lespakket brengt een vernieuwende invalshoek, omdat de identificatie van democratie aan representatieve democratie vervangen wordt door onderzoek te doen naar de mate waarin beslissingsmethodes democratisch zijn. Hierdoor krijgen jongeren meer inzicht en handvaten om te reflecteren over democratie vanuit een filosofisch en theoretisch kader.

Doorheen het lespakket worden een aantal centrale problemen uit SCT geschetst en worden leerlingen geactiveerd om hiervoor samen oplossingen te verkennen.

Je kan dit lespakket gratis downloaden, kopiëren en gebruiken voor educatieve en academische doeleinden mits correcte bronvermelding:

*“Condorcet en Keuzestress”, samengesteld door Frederik Van De Putte en Filowijs, met financiële steun van de Europese Commissie via het project DYCODE (grant nr. 795329).*

Alle opmerkingen, bedenkingen, en suggesties zijn welkom om ons te helpen dit lesmateriaal verder te verbeteren en te updaten. Contacteer hiervoor Frederik Van De Putte via [frederik.vandeputte@ugent.be](mailto:frederik.vandeputte@ugent.be) .

We wensen jou en je leerlingen boeiende lessen toe!

INHOUDSTAFEL

[HANDLEIDING 4](#_Toc48299918)

[Belang en algemeen doel van het lespakket 4](#_Toc48299919)

[Doelgroep, leerplandoelstellingen, en eindtermen 5](#_Toc48299920)

[Huidige eindtermen en leerplandelstellingen 6](#_Toc48299921)

[Eindtermen en leerplandoelstellingen vanaf schooljaar 2024-2025 7](#_Toc48299922)

[Opbouw lespakket 9](#_Toc48299923)

[Over de makers 10](#_Toc48299924)

[LES 1: De Paradox van Condorcet 12](#_Toc48299925)

[Lesfiche Les 1 12](#_Toc48299926)

[Lesmateriaal bij Les 1 16](#_Toc48299927)

[LES 2: Andere stemregels 20](#_Toc48299928)

[Lesfiche Les 2 20](#_Toc48299929)

[Lesmateriaal bij Les 2 24](#_Toc48299930)

[LES 3: Criteria voor stemregels 37](#_Toc48299931)

[Lesfiche Les 3 37](#_Toc48299932)

[Lesmateriaal bij Les 3 40](#_Toc48299933)

[LES 4: Arrows theorema 50](#_Toc48299934)

[Lesfiche Les 4 50](#_Toc48299935)

[Lesmateriaal bij Les 4 52](#_Toc48299936)

[BIJLAGE 1: CURSUSTEKST 60](#_Toc48299937)

[BIJLAGE 2: HET ABC VAN SOCIAL CHOICE THEORY 80](#_Toc48299938)

[BIJLAGE 3: UITGEBREIDE VERWIJZING NAAR EINDTERMEN 86](#_Toc48299939)

[1. Aansluiting bij huidige vakgebonden eindtermen, procesdoelen en VOET (2020) 86](#_Toc48299940)

[2. Aansluiting bij nieuwe sleutelcompetenties met primaire focus op doorstroomfinaliteit 89](#_Toc48299941)

# HANDLEIDING

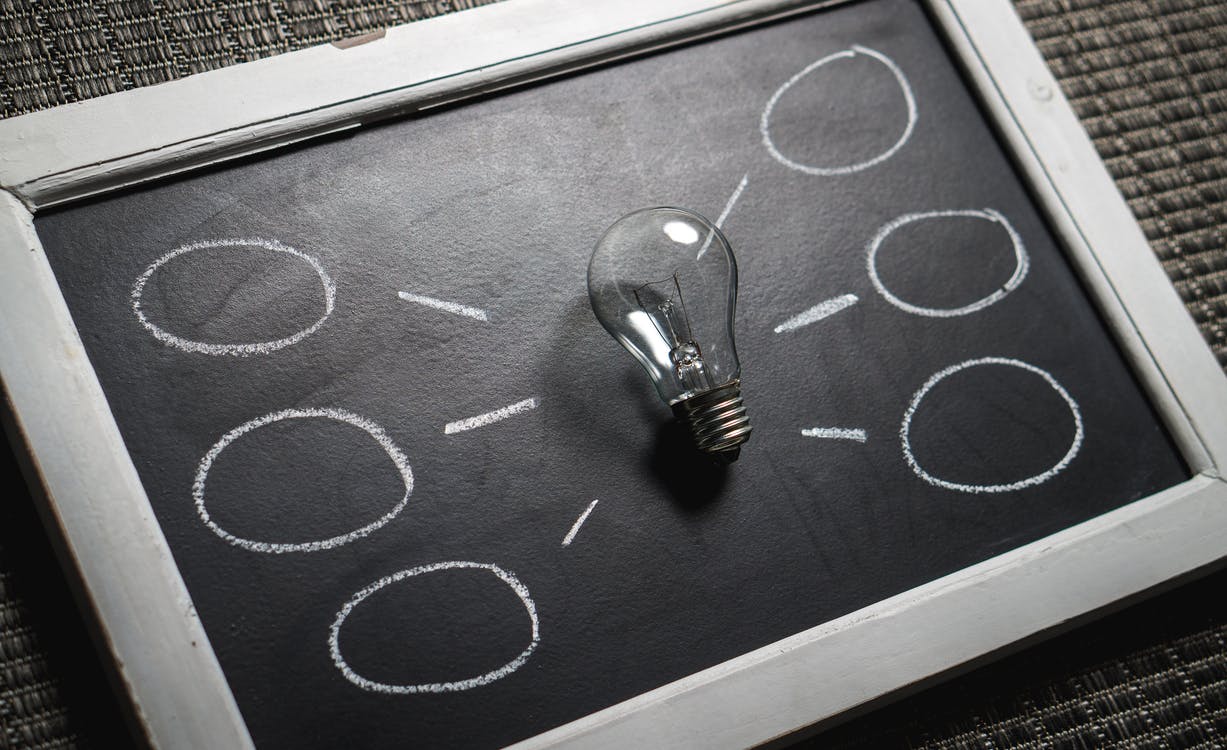


## Belang en algemeen doel van het lespakket

Social Choice Theory is belangrijk voor onze opvattingen over democratie. Als we willen uitleggen waarom een bepaalde beslissingsmethode wel of niet democratisch is, of als we willen kiezen uit verschillende zulke methoden, dan is het belangrijk dat we weten hoe deze beslissingsmethodes met keuzes omgaan . SCT toont dat bepaalde vooronderstellingen over democratische beslissingsmethoden problematisch zijn, en dat men steeds diverse principes en criteria tegen elkaar zal moeten afwegen. Welke beslissingsmethode is de meest democratische?

SCT is ook toepasbaar in de (school)praktijk. Denk hierbij bijvoorbeeld aan een leerlingenraad die moet kiezen welke online tool ze gaan gebruiken om vergaderingen te plannen, de agenda van die vergadering vast te leggen, of te beslissen hoe ze hun budget gaan besteden. Bij elk van die keuzes zijn inzichten uit SCT van belang.

Het algemene cognitieve doel van dit lessenpakket is om leerlingen de centrale begrippen en ideeën die ten grondslag liggen aan SCT onder de knie te doen krijgen en hen de meerwaarde hiervan voor de eigen leefwereld en SCT als discipline op zich te laten ervaren.. Hiermee gaat meteen ook een algemeen affectief doel gepaard, nl. dat de leerlingen oog krijgen voor de complexiteit van democratische besluitvorming, en voor het gegeven dat er niet één perfecte manier is om als groep een keuze te maken.

Om deze doelen te bereiken, is het lessenpakket opgebouwd rond één fundamenteel inzicht, namelijk *Arrows Theorema*, dat vaak als “de geboorte van SCT” wordt gezien. De lessen bouwen stapsgewijs op naar dit theorema, op zo’n manier dat de leerlingen onderweg de centrale begrippen en inzichten uit de SCT (die samenkomen in het theorema) verwerven, leren toepassen op eenvoudige gevallen, en met voorbeelden uit de eigen leefwereld kunnen verbinden.

## Doelgroep, leerplandoelstellingen, en eindtermen

Het lesmateriaal werd ontwikkeld voor leerlingen uit de **derde graad** secundair onderwijs ASO, TSO, KSO en situeert zich op het kruispunt van filosofie, wiskunde, levensbeschouwing en burgerschap.

De lessen kunnen ingezet worden om te werken aan zowel vakgebonden als vakoverschrijdende doelstellingen en lenen zich bij uitstek tot minder evidente samenwerkingen tussen leergebieden zoals bijvoorbeeld wiskunde en burgerschap.

Gezien de huidige vernieuwing van het secundair onderwijs vind je hieronder twee lijsten terug. De eerste lijst verwijst naar de aansluiting bij huidige eindtermen, procesdoelen en VOET.[[1]](#footnote-1) De tweede lijst, terug te vinden als bijlage “aanknoping eindtermen”, werd met het oog op de toekomst opgesteld en verwijst naar de nieuwe eindtermen die voor het eerste leerjaar van de derde graad in voege treden op 1 september 2023.

## Huidige eindtermen en leerplandelstellingen

|  |  |
| --- | --- |
| WISKUNDE basisvorming  ASO  3de graad | ET 2: De leerlingen analyseren, schematiseren en structureren wiskundige informatie  ET 6: De leerlingen geven voorbeelden van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost  ET 9: De leerlingen gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in de wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit  ET 13 (attitude): de leerlingen zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten. |
| Wijsgerige stromingen (VVKSO)  ASO, KSO  3de graad | **Specifieke doelstellingen van het 1ste leerjaar van de 3de graad:**  De leerlingen leren via significante probleemstellingen de verwondering over de verschillende aspecten van het fenomeen mens-zijn, zoals ze zich ontvouwen in de levensloop, filosofisch uit te diepen.  **Aansluiting bij leerinhouden 1ste jaar 3de graad:**  **De mens en zijn levensloop: d**e handelende mens - de maatschappelijke verantwoordelijkheid voor een rechtvaardige samenleving. |
| niet-confessionele zedenleer  ASO, TSO  3de graad | **5ASO:**  Themaveld 3 samenleven, democratie en burgerschap  Procesdoel 3 Humaniseren: democratische principes toepassen, zoeken naar consensus  Kennis: de geëngageerde burger  Specifieke vaardigheden: bespreken welk engagement nodig is binnen een democratie  Specifieke vaardigheden: reflecteren over dilemma’s  **6ASO:**  Themaveld 3 samenleven, democratie en burgerschap:  Procesdoel 3 humaniseren: democratische principes toepassen, zoeken naar consensus  Kennis: plichten van de burger, plichten van de overheid; politieke systemen: dictatuur, theocratie, technocratie, democratie  Specifieke vaardigheden: perspectiefwisseling aanbrengen en consequenties bespreken  **6TSO**  Themaveld 3 samenleven, democratie en burgerschap:  Procesdoel 3 Humaniseren: democratische principes toepassen, zoeken naar consensus |
| VOET  Context 5: de politiek-juridische samenleving | 1 leerlingen geven aan hoe zij kunnen deelnemen aan besluitvorming in en opbouw van de samenleving  10 leerlingen illustreren hoe een democratisch beleid het algemeen belang nastreeft en rekening houdt met ideeën, standpunten en belangen van verschillende betrokkenen  11 kunnen gegevens, handelwijzen en redeneringen ter discussie stellen aan de hand van relevante criteria  12 zijn bekwaam om alternatieven af te wegen en een bewuste keuze te maken  13 kunnen onderwerpen benaderen vanuit verschillende invalshoeken  16 houden rekening met ontwikkelingen bij zichzelf en bij anderen, in samenleving en wereld  17 toetsen de eigen mening over maatschappelijke gebeurtenissen en trends aan verschillende standpunten  19 dragen actief bij tot het realiseren van gemeenschappelijke doelen |

## Eindtermen en leerplandoelstellingen vanaf schooljaar 2024-2025

|  |  |
| --- | --- |
| Sleutelcompetentie 6: Competenties inzake wiskunde, exacte wetenschappen en technologie Wiskunde  doorstroomfinaliteit | *Bouwsteen: Redeneringen opbouwen en abstraheren rekening houdend met de samenhang en structuur van wiskunde.*  ET 6.15 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en uitspraken. |
| Sleutelcompetentie 7: Burgerschapscompetenties met inbegrip van competenties inzake samenleven  doorstroomfinaliteit | *Bouwsteen: Omgaan met diversiteit in het samenleven en het samenwerken.*  ET 7.2 De leerlingen gaan respectvol en constructief om met individuen en groepen in een diverse samenleving. (attitudinaal)  ET 7.3 De leerlingen hanteren strategieën om respectvol en constructief samen te werken in een diverse samenleving.  *Bouwsteen: Geïnformeerd en beargumenteerd met elkaar in dialoog gaan.*  ET 7.7 De leerlingen zijn bereid om in dialoog hun mening te ontwikkelen en bij te sturen. (attitudinaal)  ET 7.8 De leerlingen hanteren strategieën om op een geïnformeerde en beargumenteerde wijze in dialoog te gaan over maatschappelijke uitdagingen.  *Bouwsteen: Actief participeren aan de samenleving, rekening houdend met de rechten en plichten van iedereen binnen de rechtstaat.*  ET 7.11 De leerlingen hanteren strategieën om inspraak, participatie en besluitvorming toe te passen rekening houdend met de rechten en plichten van iedereen.  *Bouwsteen: Democratische besluitvorming op lokaal, nationaal en internationaal niveau duiden.*  7.15 De leerlingen reflecteren over randvoorwaarden van democratische besluitvorming aan de hand van actuele gebeurtenissen. |
| niet-confessionele zedenleer  ASO, TSO  3de graad | Idem huidige procesdoelen (zie tabel huidige eindtermen en leerplandoelstellingen) |
| Specifieke eindtermen voor de 3de graad van het secundair onderwijs – Wetenschapsdomein 5: Filosofie | ET 5.1.4 + 5.2.3 De leerlingen reflecteren over visies en vraagstukken uit de politieke filosofie aan de hand van filosofische begrippen.  ET 5.1.5 + 5.2.4 De leerlingen ontwikkelen een onderbouwde argumentatie over filosofische thema’s.  ET 5.2.3 De leerlingen reflecteren over visies en vraagstukken uit de politieke filosofie aan de hand van filosofische begrippen. |

## Opbouw lespakket

Afgezien van deze handleiding, bestaat het lespakket uit:

* 4 lessen, inclusief leermaterialen en gedetailleerd stappenplan voor de leerkracht.
* De cursustekst “Condorcet, Keuzestress, en Arrow: een Kennismaking met Social Choice Theory” die aansluit bij de lessen en ook extra materiaal voor uitbreiding bevat. Deze cursustekst kan men ook gebruiken voor zelfstudie en kan je als leerkracht vooraf best raadplegen om de nodige achtergrond te hebben. **Aanbeveling:** we raden aan de cursustekst pas uit te delen aan leerlingen in les 3. Op deze wijze worden ze optimaal in de stapsgewijze lessenopbouw betrokken, zonder mogelijke oplossingen te kunnen raadplegen of anticiperen, en laat de tekst toe om vanaf les 3 de reeds verworven competenties te consolideren en versterken.

**Suggestie:** de cursustekst kan ook gebruikt worden voor zelfstandig leren in afstandsonderwijs; de tekst bevat oefeningen en een aparte afdeling met de oplossingen bij de oefeningen. De vragen “ter discussie” kan je eventueel laten beantwoorden via een digitale leeromgeving, individueel dan wel in groepjes.

**Opmerking:** De cursustekst bevat ook een 5e afdeling over “judgement aggregation”. Hier hebben we nog geen lessen rond ontwikkeld; dit is work in progress.

* De bijlage “ABC van Social Choice Theory” waarin alle belangrijke termen uit de lessen en de cursustekst alfabetisch opgelijst zijn en van een korte verklaring voorzien zijn. **Aanbeveling:** we raden aan dit document aan de leerlingen te bezorgen op het einde van les 1. Op deze wijze kan je hen als leerkracht optimaal ondersteunen om het conceptuele kader van SCT te verwerven.
* De bijlage “Uitgebreide verwijzing naar eindtermen” waarin de leerkracht nog meer info terugvindt over hoe dit materiaal past binnen de huidige en toekomstige eindtermen.

## Over de makers

**Dit lespakket werd ontwikkeld door Frederik Van De Putte en Sven Gellens en Papatya Dalkiran van** [Filowijs](http://filowijs.be/)**.**

** Frederik Van De Putte** (°1987) is postdoctoraal onderzoeker aan de UGent en de Universiteit van Bayreuth (Duitsland). Hij behaalde een doctoraat in de Wijsbegeerte in 2012 en publiceerde zijn wetenschappelijke resultaten in diverse internationale tijdschriften. Zijn onderzoek is toegespitst op filosofische logica, als middel om diverse redeneervormen en redeneercontexten beter te begrijpen. Sinds enkele jaren bestudeert hij ook Social Choice Theory en de politieke theorie van democratische beslissingsvorming, in het kader van een Europees onderzoeksproject.

** Papatya Dalkiran** (°1979) studeerde moraalwetenschappen in Gent en is verbonden aan de lerarenopleidingen van UGent en HoGent. Eerder was ze werkzaam als selectieverantwoordelijke en leerkracht secundair onderwijs.  Ze schoolde zich bij in de praktische filosofie en filosofeert zowel binnen als buiten de school met kinderen, jongeren en volwassenen. Ze begeleidt gesprekken, filosofische wandelingen en geeft opleidingsworkshops in filosoferen en gespreks- en onderwijstechnieken.

 **Sven Gellens** (°1984) studeerde wijsbegeerte in Gent, Leuven en Nijmegen. Hij onderzoekt de filosofie van Nietzsche en Merleau-Ponty aan de UGent en heeft ervaring in diverse lerarenopleidingen en in het secundair onderwijs. Hij ontwikkelde samen met collega’s en (inter)nationale experten het competentiegerichte curriculum *Burgerschap* van het GO! en werkt momenteel als senior consultant en Head of Academy Benelux bij Threon.

# LES 1: De Paradox van Condorcet



## Lesfiche Les 1

Checklist voor een optimale start van de les

* Zorg voor evenveel enveloppes als groepjes leerlingen met per enveloppe de 3 rollen (zie lesfase 2 en lesmateriaal bij les 1 infra)
* Zorg voor een klasopstelling die het mogelijk maakt dat leerlingen in groepjes van minstens 3 personen samenzitten. Indien de klas niet deelbaar is door 3, zorg dan voor groepjes met minstens 3 leerlingen en maximum 5.
* Zet de powerpointpresentatie klaar

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 1: intro | |
| Lesdoelen:  1. SCT situeren als een discipline om in een groep keuzes te maken.  2. De lln kunnen toelichten dat in een eenvoudige situatie de keuze van de meerderheid beter is dan de keuze van de minderheid | Benodigdheden:  Powerpointpresentatie  leerlingenblaadjes  ABC social choice theory |
| Werkvorm:  Situaties bespreken in kleine groepjes | Tijd:  15 min |

* Start de les met een korte toelichting over wat SCT is:
* *De komende lessen zullen we onderzoeken hoe je als groep keuzes kan maken, op basis van de voorkeuren van de leden van de groep*
* *SCT is een theoretische discipline: combinatie wiskunde, logica, en politieke filosofie*
* *We bouwen de theorie samen op aan de hand van concrete casussen en oefeningen en gaan hier meteen mee aan de slag*
* *Het ABC kan gebruikt worden om een overzicht te behouden van de geleerde concepten en leerlingen kunnen doorheen de lessen hierop aanvullingen maken die hen helpen om de begrippen onder de knie te krijgen.*
* Overloop samen met de leerlingen de casus van Alicja, Bouchra en Cas via de powerpointpresentatie:

*Alicja (A), Bouchra (B), en Cas (C) willen sowieso vrijdagavond met hun drietjes doorbrengen. Ze moeten wel nog overeenkomen wat ze precies gaan doen. Er zijn 2 opties:*

* + *Ze gaan samen naar jeugdcafé Yolo in de buurt= keuze Y*
  + *Ze gaan bij Bouchra thuis gamen op haar Xbox= keuze X*
* Vervolgens laat je de leerlingen in de groepjes kort bespreken welke keuze Alicja, Bouchra en Cas als groep moeten maken in een aantal situaties:
* *A en C verkiezen X boven Y, B verkiest Y boven X*
* *B en C verkiezen X boven Y, A verkiest Y boven X*
* *A, B en C verkiezen X boven Y*
* *A, B en C verkiezen Y boven X*

Ze doen dit telkens aan de hand van 3 richtvragen:

* + *Wat zijn de* ***voorkeuren*** *van elk van de groepsleden A,B,C?*
  + *Rekening houdend met deze voorkeuren, moet de* ***groep*** *kiezen voor X of Y?*
  + *Bespreek kort* ***hoe*** *je als groep tot een beslissing bent gekomen*
* Trek samen met de leerlingen de volgende conclusie (zie cursustekst voor extra informatie en Powerpointpresentatie):

*In deze situaties gebruikten we telkens een welbepaalde regel, om te bepalen of de groep optie X (Xbox) boven optie Y (Yolo) verkiest. Deze regel heet “****paarsgewijze meerderheid****”:*

*Paarsgewijze meerderheid: X is beter dan Y (voor de groep) als de meerderheid van de leden van de groep X boven Y verkiest; in het andere geval is Y beter dan X.*

*We gingen er dus eigenlijk van uit dat, als we deze regel correct toepassen, we altijd een democratische beslissing nemen. Zolang er slechts twee opties zijn lijkt dat ook vrij onproblematisch: tenzij er nog alternatieven zijn, of tenzij er specifieke redenen zijn om de voorkeuren van bepaalde personen meer te laten doorwegen, kan men maar beter de meerderheid laten beslissen.*

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 2: wat gebeurt er als we het een beetje complexer maken? | |
| Lesdoelen:  3.De lln kunnen beargumenteren dat bij groepskeuzes diverse leden in de groep er andere rankings op na kunnen houden | Benodigdheden:  Powerpointpresentatie  Enveloppes met rollen |
| Werkvorm:  Rollenspel  onderwijsleergesprek | Tijd:  15 min |

* Overloop samen met de leerlingen de casus van Alicja, Bouchra en Cas en 3 keuzeopties via de powerpointpresentatie:
* *Alicja (A), Bouchra (B), en Cas (C) willen sowieso vrijdagavond met hun drietjes doorbrengen. Ze moeten wel nog overeenkomen wat ze precies gaan doen. Ditmaal zijn er* ***3*** *opties:* 
  + *Ze gaan samen naar jeugdcafé Yolo in de buurt = keuze Y*
  + *Ze gaan bij Bouchra thuis op haar Xbox spelen = keuze X*
  + *Ze spreken in het Zebraparkje af = keuze Z*
* Geef 1 enveloppe per groepje en geef de volgende instructie (zie presentatie):
* *Per tafel zijn er 3 strookjes.*
* *Je verdeelt de strookjes onder elkaar. Zijn jullie met 4 of 5, dan werken enkele leerlingen samen voor 1 rol.*
* *Op dit strookje vind je de persoonlijke* ***ranking*** *terug van rol A, B of C: van beste naar slechtste optie*

*Opdracht:*

* *Schrijf de ranking van jouw rol uit op het strookje in een top 3*
* *Vergelijk de verschillende rankings met elkaar*
* *Stel een groepsranking op: wat zijn de voorkeuren van de groep?*
* *Kan je als groep tot een democratische beslissing komen in deze situatie? Indien ja: hoe heb je dit gedaan? Indien neen: waarom niet?*
* Klassikale bespreking via een onderwijsleergesprek:
* *Tot welke groepsranking zijn jullie gekomen? (noteer deze op het bord)*
* *Valt er iets op in deze ranking?*
* *Zijn jullie als groep tot een democratische keuze kunnen komen?*
* *Kon de regel paarsgewijze meerderheid jullie hierbij helpen? Waarom niet?*
* *Op welke manier konden jullie tot een keuze komen? (indien er groepjes zijn die hierin geslaagd zijn)*
* *Conclusie: regel paarsgewijze meerderheid is in deze situatie niet bruikbaar*

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 3: de paradox van Condorcet | |
| Lesdoelen:  4. De lln kunnen de paradox van Condorcet uitleggen  5. De lln kunnen de paradox van Condorcet herkennen in en toepassen op 2 casussen | Benodigdheden:  Powerpointpresentatie  Leerlingenblaadjes  ABC social choice theory  Online beeldfragment  Verbetersleutel oefening ‘paarsgewijze meerderheid en paradox Condorcet’ |
| Werkvorm:  Synthetiserend beeldfragment  Doceren  Individuele oefening | Tijd:  15 min |

* Toon de eerste 2 minuten van het volgende beeldfragment: <https://www.youtube.com/watch?v=HoAnYQZrNrQ>
* Doceer kort de paradox van Condorcet (zie cursustekst voor achtergondinformatie + presentatie) door aan te knopen bij de ervaring van de leerlingen in lesfase 2:
* *Wat de groep ook kiest, er zal altijd een andere optie zijn zodat een meerderheid die optie verkiest. We komen in een cirkel terecht.*
* *De absurde conclusie is dat de groep niks (of alles) kan kiezen, en dat wat de groep ook doet, er altijd een meerderheid zal zijn die het liever anders had gezien.*
* Zet de leerlingen op weg om met de oefening ‘paarsgewijze meerderheid en de paradox van Condorcet’ door de eerste 3 gevallen in de oefening klassikaal te overlopen, en door aan te geven hoe je op basis hiervan al kan bepalen hoe U, X, en Y zich tot elkaar verhouden in de groepsranking.

Oefening klassikaal verbeteren, verbetersleutel per tafel uitdelen of oplossing via online leeromgeving posten en laten bekijken tegen volgende les.

## Lesmateriaal bij Les 1

* + 1. **Strookjes voor enveloppes (lesfase 2)**
    2. **Oefening: Zoek de paradox**
    3. **Oefening: Zoek de paradox (verbetersleutel)**

**Strookjes voor enveloppes (enkelzijdig afdrukken en uitknippen)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bouchra:** *Ik ben mijn Xbox al wat beu, dus liever dat niet. Mijn sterkste voorkeur gaat naar het Zebrapark, maar ik wil eventueel ook wel naar café Yolo gaan.*  Wat is de ranking van Bouchra?  1.  2.  3. | **Alicja:** *Als ik moet kiezen tussen naar café Yolo gaan of naar het Zebrapark, dan zal ik voor dat laatste gaan. Maar liefst van al speel ik toch gewoon op de Xbox van Bouchra.*  Wat is de ranking van Alicja?  1.  2.  3. |
| **Cas:** *Café Yolo is de max, daar wil ik echt wel naartoe. Als dat niet lukt is gamen op de Xbox ook OK, maar het Zebrapark laat ik liever links liggen.*  Wat is de ranking van Cas?  1.  2.  3. |  |

**Oefening: Zoek de paradox**

Hieronder zie je twee situaties waarin een groep moet kiezen uit vier opties (X,Y,Z, en U) en waar de rankings van drie personen (A, B, en C) worden weergegeven. Opdracht:

1. Pas in beide situaties de regel “paarsgewijze meerderheid” toe door de tabel aan te vullen.
2. Ga na, voor beide situaties, of je een paradox van Condorcet krijgt.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Rankings | **Situatie 1**:  A: <X,Z,U,Y>  B: <Y,U,Z,X>  C: <Z,Y,X,U> | **Situatie 2:**  A: <U,Z,Y,X>  B: <U,X,Z,Y>  C: <Y,X,Z,U> |
| U vs. X? | X komt voor U (want A en C verkiezen X boven U, enkel B verkiest U boven X) |  |
| U vs. Y? | Y komt voor U (want B en C verkiezen Y boven U, enkel A verkiest U boven Y) |  |
| X vs. Y? | Y komt voor X (want B en C verkiezen Y boven X, enkel A verkiest X boven Y) |  |
| U vs. Z? |  |  |
| X vs. Z? |  |  |
| Y vs. Z? |  |  |
| Groepsranking? | < Y X U > |  |

**Oefening: Zoek de paradox (verbetersleutel)**

Hieronder zie je twee situaties waarin een groep moet kiezen uit vier opties (X,Y,Z, en U) en waar de rankings van drie personen (A, B, en C) worden weergegeven. Opdracht:

1. Pas in beide situaties de regel “paarsgewijze meerderheid” toe door de tabel aan te vullen.
2. Ga na, voor beide situaties, of je een paradox van Condorcet krijgt.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Rankings | **Situatie 1**:  A: <X,Z,U,Y>  B: <Y,U,Z,X>  C: <Z,Y,X,U> | **Situatie 2:**  A: <U,Z,Y,X>  B: <U,X,Z,Y>  C: <Y,X,Z,U> |
| U vs. X? | X komt voor U (want A en C verkiezen X boven U, enkel B verkiest U boven X) | U komt voor X (want A en B verkiezen U boven X, enkel C verkiest X boven U) |
| U vs. Y? | Y komt voor U (want B en C verkiezen Y boven U, enkel A verkiest U boven Y) | U komt voor Y (want A en B verkiezen U boven Y, enkel C verkiest Y boven U) |
| X vs. Y? | Y komt voor X (want B en C verkiezen Y boven X, enkel A verkiest X boven Y) | Y komt voor X (want A en C verkiezen Y boven X, enkel B verkiest X boven Y) |
| U vs. Z? | Z komt voor U (want A en C verkiezen Z boven U, enkel B verkiest U boven Z) | U komt voor Z (want A en B verkiezen U boven Z, enkel C verkiest Z boven U) |
| X vs. Z? | Z komt voor X (want B en C verkiezen Z boven X, enkel A verkiest X boven Z) | X komt voor Z (want B en C verkiezen X boven Z, enkel A verkiest Z boven X) |
| Y vs. Z? | Z komt voor Y (want A en C verkiezen Z boven Y, enkel B verkiest Y boven Z) | Z komt voor Y (want A en B verkiezen Z boven Y, enkel C verkiest Y boven Z) |
| Groepsranking? | < Z, Y, X, U > | < U, …, X, Z, Y, X, Z, Y, … > 🡺 paradox! |

# LES 2: Andere stemregels



## Lesfiche Les 2

* Checklist voor een optimale start van de les Kopieer de lln-blaadjes (cf. lesmateriaal bij les 2, infra): één voor elke leerling
* Kopieer de casussen: één casus per groepje van 3 lln. Knip de rankings en de tips eruit en steek maar hou ze apart per casus, en steek dit materiaal in enveloppes (één per groepje van 3 lln).
* Bereid de app padlet voor voor lesfase 1 (zie hieronder):
  + Maak een gratis account voor padlet aan via <https://nl.padlet.com/>.
  + Maak een nieuwe padlet aan en geef de padlet de titel/instructie: *Wat weet je nog van de vorige les over Social Choice Theory? Vat je kennis samen in een tweet (maximum 140 tekens!)*
  + Enkele tips:
* Zet op basis van je klasgroep de functie “Require Approval. Require a moderator to approve” aan of uit.
* Bij ‘reactions’ kan je kiezen of je toestaat dat leerlingen elkaars posts ‘liken’ of een score/sterretje van 1 tot 5 geven.

(Als je niet wil steunen op digitale media, kan je ook vragen dat de lln hun bevindingen van vorige les op een papiertje noteren, waarna je er enkele uitpikt en deze kort bespreekt.)

* Zorg voor een klasopstelling die het mogelijk maakt dat leerlingen in groepjes van minstens 3 samenzitten. Indien de klas niet deelbaar is door 3, zorg dan voor groepjes met minstens 3 leerlingen en maximum 5.
* Zet de powerpointpresentatie klaar

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 1: kort opfrissen | |
| Lesdoelen:  1. Herhaling van de centrale punten uit vorige les, voorbereidend op deze les. | Benodigdheden:  Padlet app; smartphones lln[[2]](#footnote-2) |
| Werkvorm:  Onderwijsleergesprek via padlet | Tijd:  10 min |

* Projecteer de padlet over Social Choice Theory. Via ‘share’ rechts bovenaan kan je een QR-code projecteren die toegang geeft tot de padlet. De lln kunnen dan met hun smartphone inloggen, hun tweet schrijven en indienen. Geef de lln hiervoor 2 minuten tijd.
* Projecteer de padlet zodat de lln elkaars tweets kunnen lezen.
* Aan de hand van de tweets van de leerlingen krijg je een goed zicht op hun voorkennis en kan je erop inspelen, misvattingen rechtzetten en zelf aanhalen wat niet spontaan uit de groep komt. Belangrijk is om de volgende punten kort terug in het geheugen te brengen:
* Kiezen uit verschillende opties (café, gamen, park)
* Ranking opstellen
* Ranking van de groep aan de hand van een regel: paarsgewijze meerderheid
* Probleem hiermee: Condorcet, cirkel van voorkeuren
* Leg uit: in deze les bespreken we andere manieren om de groepsranking op te stellen, dus andere zgn. “stemregels”.

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 2: de klasvertegenwoordigers (intro) | |
| Lesdoelen:  2. De lln kunnen reflecteren over oplossingen om als groep tot besluitvorming te komen in een situatie met max. 4 keuzealternatieven.  3. De lln kunnen het belang duiden van een *groepsranking*, als uitdrukking van de voorkeuren binnen een groep. | Benodigdheden:  Lln-blaadjes: Keuzestress van de Klasvertegenwoordiger (deel A) |
| Werkvorm: leesopdracht en onderwijsleergesprek | Tijd: 5 min |

* Deel de lln-blaadjes uit met de tekst die de opdracht inleidt. Geef de instructie om de tekst één keer rustig door te lezen.
* Stel nadien volgende vragen, mondeling:
* *Waar moeten de leerlingen uit kiezen?*
  + *Uit reisbestemmingen voor een GWP: Rome, Berlijn, Lissabon, Istanbul*
* *Hoe zou je die opties schematisch voorstellen?*
  + *Door ze af te korten met hoofdletters: R, B, L, I*
* *Moeten de leerlingen één keuze maken? Waaruit leid je je antwoord af?* 
  + *Nee: ze moeten een ranking opstellen. Het kan bv. zijn dat hun nr. 1 financieel niet haalbaar is. Dan moet men nr. 2 nemen.*
* *Mogen jullie zelf kiezen welke ranking jullie aan de leerkrachten geven?*
  + *Nee: wij vertegenwoordigen de klas, wij moeten dus de mening van de klas vertolken.*
* *Stel dat er een ex aequo is tussen twee opties, dat wil zeggen: ze zijn precies even geliefd bij de leerlingen. Moeten jullie dan een keuze maken?*
  + *Nee: we kunnen ook aan de leerkrachten zeggen dat het voor de leerlingen niet uitmaakt, dat ze zelf kunnen beslissen op basis van andere gegevens (financieel, invulling, …).*

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 3: de klasvertegenwoordigers (opdracht) | |
| Lesdoelen:  4. De lln kunnen de stemregel “paarsgewijze meerderheid” toepassen op een éénvoudig voorbeeld (max. 4 alternatieven, max. 4 personen).  5. De lln herkennen de mogelijkheid van alternatieve stemregels. | Benodigdheden:  Lln-blaadjes: Keuzestress van de Klasvertegenwoordiger (deel B)  Enveloppes per casus |
| Werkvorm:  casusanalyse d.m.v. discussie in groepjes | Tijd:  15 min |

* Deel de enveloppes met de rankings van de groepsleden en de tips uit. De lln bekijken deze en beantwoorden volgende vragen op de lln-blaadjes:

1. *Welke verschillende rankings zijn er binnen groep? Hoeveel leerlingen zijn er per ranking? Schrijf dit zo overzichtelijk mogelijk neer.*
2. *Pas de regel paarsgewijze meerderheid toe op dit voorbeeld. Welke groepsranking krijg je hiermee?*
3. *Is deze ranking volgens jullie de meest democratische? Of zijn er alternatieve rankings die even of zelfs meer democratisch zijn? Welke?*
4. *Welk soort regel kan tot die alternatieve ranking leiden? Of welk idee zit er achter die ranking?*

Verloop:

* Er zijn drie casussen in totaal, elk van hen geeft (mits hulpvragen) aanleiding tot een alternatieve stemregel.­ Zie de leermaterialen voor een overzicht.
* De leerlingen werken hier in groepjes van 3 aan, ze kunnen hierbij gemakkelijk het werk verdelen.
* Loop rond en zorg eerst dat de lln goed weten waar vragen 1 en 2 om draaien, hoe ze kunnen noteren en het antwoord bij vraag 2 vinden.
* Voor vragen 3 en 4 worden hulpvragen voorzien in de enveloppe, die afhankelijk zijn va de casus. Wijs de lln hier op waar nodig, en bespreek elke casus met de groepjes.

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 4: klassikaal overlopen van de antwoorden | |
| Lesdoelen:  6. De lln kunnen in eigen woorden de stemregels “eenvoudige meerderheid”, “paarsgewijze 2/3 meerderheid”, en de Borda regel uitleggen.  7. De lln kunnen het begrip “stemregel” illustreren aan de hand van enkele voorbeelden. | Benodigdheden:  Lln-blaadjes met vragen  Lln-blaadjes met tabel  ABC social choice theory |
| Werkvorm:  Klassikale bespreking van de opdracht aan het bord | Tijd:  15 min |

* Overloop klassikaal de drie casussen (volgorde: casus 2, dan casus 3, en dan casus 1). Laat telkens de groepjes aan het woord komen die die casus hadden (anderen volgen mee en helpen waar mogelijk). Vul onderstaande tabel aan, aan het bord (zie verbetersleutel in bijlage):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | CASUS 1 | CASUS 2 | CASUS 3 |
| 1. Rankings? |  |  |  |
| 1. Groepsranking volgens *paarsgewijze meerderheid*? |  |  |  |
| 1. Alternatieve groepsranking? |  |  |  |
| 1. Alternatieve stemregel? |  |  |  |

* Sta extra lang stil bij de Borda regel en pas deze toe op casus 1, op de manier die in het stappenplan (voor 3 opties) wordt gebruikt:
  + Eerst per keuze-optie de Borda score berekenen a.h.v. optelsom:
    1. Aantal keer dat de optie op eerste plaats komt MAAL 3
    2. Aantal keer dat de optie op tweede plaats komt MAAL 2
    3. Aantal keer dat de optie op derde plaats komt
    4. Som van drie vorige uitkomsten = Borda score van de optie
  + Dan de Borda-scores vergelijken en Borda ranking opstellen

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 5: oefening op de Borda regel | |
| Lesdoelen:  8. De lln kunnen de Borda regel toepassen op een eenvoudig voorbeeld met 3 keuzealternatieven, gebruik makend van een stappenplan. | Benodigdheden:  Lln-blaadjes met oefening Borda regel en stappenplan Borda regel. |
| Werkvorm:  Individuele oefening a.h.v. stappenplan | Tijd:  5 min |

* Deel het leerlingenblaadje uit. De lln passen in deze oefening de Borda regel toe op een éénvoudig voorbeeld (3 opties, 4 verschillende rankings):
  + *5 lln hebben <L,R,B>*
  + *4 lln hebben <B,R,L>*
  + *2 lln hebben <B,L,R>*
  + *10 lln hebben <R,L,B>*

1. *Bereken, voor elk van de drie opties, de Borda score*
2. *Wat is de groepsranking volgens de Borda Regel?*

De lln krijgen hierbij een stappenplan om de Borda regel toe te passen.

* Verzamel na 5 minuten de antwoorden.
* Indien er tijd over is kan je de oefening klassikaal verbeteren, met behulp van volgende tool: <http://people.math.binghamton.edu/fer/courses/math130/ZIS_Spr15/chapter1/Borda.html>
* Onder deze link vind je ook een filmpje dat je kan tonen, als een andere manier om de Borda regel toe te passen. (Je kan dit ook delen met de leerlingen): <https://www.youtube.com/watch?v=SPca2sM11CA>

## Lesmateriaal bij Les 2

* + 1. **De keuzestress van de klasvertegenwoordiger, deel A (voorzijde) en deel B (achterzijde)**
    2. **Casussen en tips: strookjes voor enveloppes**
    3. **Schematisch overzicht van de casussen (voor de leerkracht)**
    4. **Invultabel: alternatieve stemregels**
    5. **Invultabel: alternatieve stemregels (verbetersleutel)**
    6. **Oefening: de Borda regel toepassen (met stappenplan op de achterzijde)**
    7. **Oefening: de Borda regel toepassen (verbetersleutel)**

**De keuzestress van de klasvertegenwoordiger**

Deel A: Lees aandachtig volgende tekst.

**Rome, Lissabon, Berlijn, of Istanbul?**

[](https://www.pexels.com/nl-nl/foto/architectuur-attractie-barok-beelden-2928058/)*Jullie gaan dit jaar met de klas op GWP. Aangezien de leerlingen met veel succes wafels verkocht hebben, is er een ruim budget voor de reis en zijn er dus diverse bestemmingen in het buitenland mogelijk. De leerkrachten willen hun keuze ook baseren op wat de leerlingen het liefst willen. Daarom worden jullie aangeduid als klasvertegenwoordigers, die de stem van de leerlingen moeten vertolken.* [](https://www.pexels.com/nl-nl/foto/aanbidden-architectuur-attractie-bezienswaardigheid-2079666/)

*Na een eerste vergadering met de leerkrachten komen er vier voorstellen uit de bus: Rome, Berlijn, Lissabon, en Istanbul. De leerkracht Wiskunde zal nog bekijken welke van deze voorstellen financieel haalbaar zijn, en de andere leerkrachten zullen bekijken hoe ze de GWP inhoudelijk kunnen invullen op die locatie. De leerkrachten willen echter ook alvast weten wat de leerlingen ervan denken. Jullie gaan daarom met de vier voorstellen naar de leerlingen, en laten hen elk een ranking opstellen. Ze schrijven deze (anoniem) op een klein briefje en steken ze vervolgens in een enveloppe.*

[](https://www.pexels.com/nl-nl/foto/administratie-architectuur-beheer-berlijn-2570063/) [](https://www.pexels.com/nl-nl/foto/architectuur-attractie-beelden-beeldhouwwerken-1548024/)

Deel B: Vertegenwoordig je klas!

Je krijgt een enveloppe met daarin (1) alle stembriefjes van de leerlingen en (2) hulpvragen en tips.

1. Welke verschillende rankings zijn er binnen de groep? Hoeveel leerlingen zijn er per ranking? Schrijf dit zo overzichtelijk mogelijk neer.
2. Pas de regel *paarsgewijze meerderheid* toe op dit voorbeeld. Welke groepsranking krijg je hiermee?
3. Is deze ranking volgens jullie de meest democratische? Of zijn er alternatieve rankings die even of zelfs meer democratisch zijn? Welke?
4. Welk soort regel kan tot die alternatieve ranking leiden? Of welk idee zit er achter die ranking?

**CASUS 1 (druk in kleur af, zodat je de 3 casussen gemakkelijk gescheiden kan houden**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Rome 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Rome 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Istanbul | 1. Rome 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Rome | 1. *Berlijn* 2. *Istanbul* 3. *Rome* 4. *Lissabon* | 1. Rome 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. *Rome* 2. *Istanbul* 3. *Berlijn* 4. *Lissabon* |
| 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Rome 2. Istanbul 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
|  |  |  | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |

|  |  |
| --- | --- |
| Is er een groot verschil tussen Rome en Berlijn in deze casus?  Is er een reden om in dit geval eerder voor Istanbul te kiezen?  Stel dat je voor Rome gaat. Hoeveel leerlingen zullen dan erg ontevreden zijn?  Stel dat je voor Istanbul gaat. Hoeveel leerlingen zullen dan erg ontevreden zijn?  Stel dat je een optie X punten geeft naargelang het aantal keer dat ze voorkomt op de eerste plaats, op de tweede plaats, etc. Wat krijg je dan in dit voorbeeld? | **HULPVRAGEN (1)** |

**CASUS 2 (druk in kleur af, zodat je de 3 casussen gemakkelijk gescheiden kan houden**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Berlijn 2. Rome 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Brussel 4. Lissabon | 1. Rome 2. Brussel 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Berlijn 3. Rome 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Rome 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Brussel 4. Lissabon | 1. Rome 2. Brussel 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Berlijn 3. Rome 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Rome 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Brussel 4. Lissabon | 1. Rome 2. Brussel 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Berlijn 3. Rome 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Rome 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Brussel 4. Lissabon | 1. Rome 2. Brussel 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Berlijn 3. Rome 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Rome 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Brussel 4. Lissabon | 1. Rome 2. Brussel 3. Istanbul 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Berlijn 3. Rome 4. Lissabon |
|  |  |  | 1. Istanbul 2. Berlijn 3. Rome 4. Lissabon |

|  |  |
| --- | --- |
| Is er een groot verschil tussen Brussel, Istanbul, en Rome in deze casus?  Wat is er nodig om van een strikte voorkeur te spreken? Wanneer zou je wel zeggen dat er een duidelijk verschil is tussen bijvoorbeeld Brussel en Istanbul?  Moet je per se een strikte ranking doorgeven aan de leerkrachten?  Zou je kunnen zeggen dat sommige van de opties ongeveer even goed zijn?  Hoe wordt in het parlement een grondwetswijziging gestemd? Volstaat een gewone meerderheid daar? | **HULPVRAGEN** |

**CASUS 3 (druk in kleur af, zodat je de 3 casussen gemakkelijk gescheiden kan houden**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Berlijn 2. Lissabon 3. Istanbul 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Lissabon 3. Istanbul 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Lissabon 3. Istanbul 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Istanbul | 1. Istanbul 2. Rome 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Lissabon 3. Istanbul 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Rome 2. Istanbul 3. Berlijn 4. Lissabon |
| 1. Berlijn 2. Lissabon 3. Istanbul 4. Rome | 1. Berlijn 2. Istanbul 3. Rome 4. Lissabon | 1. Istanbul 2. Rome 3. Lissabon 4. Berlijn | 1. Lissabon 2. Rome 3. Istanbul 4. Berlijn |
|  |  |  | 1. Lissabon 2. Rome 3. Istanbul 4. Berlijn |

|  |  |
| --- | --- |
| Stel dat je enkel kijkt naar welke optie iemand op nummer 1 zet. Verandert dit iets?  Denk aan het spreekwoord “The Winner Takes It All”…  Hoe vaak komt Berlijn voor op de eerste plaats?  Hoe vaak komt Istanbul voor op de eerste plaats?  Wat zou je dan doen als twee opties even vaak voorkomen op de eerste plaats? | **HULPVRAGEN** |

**Schematisch overzicht van de casussen (voor de leerkracht)**

*In lesfase 3 krijgen de leerlingen diverse rankings op briefjes, op basis waarvan ze een groepsranking moeten bepalen. Als leerkracht is het uiteraard handig te weten hoe de rankings er uiteindelijk uitzien. Hieronder geven we dit weer voor elk van de casussen.*

**CASUS 1**

Er zijn vier opties en 21 leerlingen. De rankings zien er als volgt uit:

* + 5 lln hebben <B,I,L,R>
  + 5 lln hebben <B,I,R,L>
  + 5 lln hebben <R,I,L,B>
  + 6 lln hebben <R,I,B,L>

Paarsgewijze meerderheid of iets anders?

* + - Paarsgewijze meerderheid levert <R,I,B,L> op, telkens met heel nipte meerderheid van 1 stem
    - *Borda regel*: Elke optie krijgt van elk individu een score, die omgekeerd evenredig is met de plaats in de ranking van het individu: als de optie op de eerste plaats komt voor individu A, dan krijgt die optie score *k* van A. Staat de optie op de tweede plaats, dan krijgt ze skore *k-1*; etc. De optie op de laatste plaats krijgt dus slechts score 1 van A.[[3]](#footnote-3) Tel vervolgens, per optie, de scores op die die optie kreeg van de verschillende personen. Die som heet de *Borda Score*. Tenslotte vergelijk je de Borda Score van alle opties en bepaal je zo een ranking: hoe hoger de Borda Score, hoe hoger de optie staat in de ranking.
    - Borda scores bij dit voorbeeld: I: 63, R: 59, B: 57, L:31. Borda ranking: <I,R,B,L>. Intuïtief lijkt I hier ook de meest aannemelijke optie: is voor iedereen “second best”, en B en R lijken min of meer even goed. Bovendien zijn er vrij veel lln voor wie B en R de “slechtste” of “tweede slechtste” opties zijn.

**CASUS 2**

Er zijn vier opties en 21 leerlingen. De rankings zien er als volgt uit:

* + 5 lln hebben <B,R,I,L>
  + 5 lln hebben <I,R,B,L>
  + 5 lln hebben <R,B,I,L>
  + 6 lln hebben <I,B,R,L>

Paarsgewijze meerderheid of iets anders?

* + - Paargewijze meerderheid:
      * Iedereen verkiest alles boven L
      * 10 verkiezen B boven I; 11 verkiezen I boven B
      * 10 verkiezen R boven B, 11 verkiezen B boven R
      * 10 verkiezen R boven I, 11 verkiezen I boven R
* Paarsgewijze meerderheid geeft hier: <I,B,R,L>
* Lijkt vreemd om hier te zeggen dat deze ranking echt overeenstemt met de voorkeuren binnen de groep. Hier zou men intuïtief willen zeggen dat de groep geen duidelijke voorkeuren heeft, behalve dat L helemaal onderaan moet staan.
* Argument voor *paarsgewijze tweederde meerderheid*: X is beter dan Y als en alleen als minstens 2/3 van de groep X verkiest boven Y; als er geen tweederde meerderheid is, zijn X en Y even goed

**CASUS 3**

Er zijn vier opties en 21 leerlingen. De rankings zien er als volgt uit:

* + 5 lln hebben <B,L,I,R>
  + 5 lln hebben <B,I,R,L>
  + 5 lln hebben <I,R,L,B>
  + 4 lln hebben <R,I,B,L>
  + 2 lln hebben <L,R,I,B>

Paarsgewijze meerderheid of iets anders?

* + - Volgens paarsgewijze meerderheid zou je hier I boven B verkiezen (er zijn 11 lln die I boven B verkiezen). Paarsgewijze meerderheid geeft de groepsranking <I,R,B,L>.
    - Eenvoudige meerderheid geeft hier: <B,I,R,L>, want B komt 10 keer voor op de eerste plaats, I komt 5 keer voor op de eerste plaats, R 4 keer, en L 2 keer
    - Definitie “eenvoudige meerderheid”: kijk enkel naar hoe vaak de optie op de eerste plaats voorkomt, dat bepaalt de plaats in de groepsranking (als twee opties even vaak voorkomen, staan ze op gelijke hoogte in de groepsranking)
    - Andere benamingen: “simple plurality rule”, “the winner takes it all”.

**Invultabel: alternatieve stemregels**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | CASUS 1 | CASUS 2 | CASUS 3 |
| 1. Rankings? |  |  |  |
| 1. Groepsranking volgens *paarsgewijze meerderheid*? |  |  |  |
| 1. Alternatieve groepsranking? |  |  |  |
| 1. Alternatieve stemregel |  |  |  |

**Invultabel: alternatieve stemregels (verbetersleutel)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **CASUS 1** | **CASUS 2** | **CASUS 3** |
| 1. Rankings? | 5x <B,I,L,R>  5x <B,I,R,L>  5x <R,I,L,B>  6x <R,I,B,L> | 5x <B,R,I,L>  5x <I,R,B,L>  5x <R,B,I,L>  6x <I,B,R,L> | 5x <B,L,I,R>  5x <B,I,R,L>  5x <I,R,L,B>  4x <R,I,B,L>  2x <L,R,I,B> |
| 1. Groepsranking volgens *paarsgewijze meerderheid* (PM) | I boven B  B boven L  R boven B  R boven I  R boven L  I boven L  Dus: PM geeft <R,I,B,L> | B boven R (1 stem verschil)  I boven B (1 stem verschil)  B boven L  R boven L  I boven R (1 stem verschil)  I boven L  Dus: PM geeft <I,B,R,L> | I boven B (1 stem verschil)  B boven L  R boven B (1 stem verschil)  R boven L  I boven R  I boven L  Dus: PM geeft <I,R,B,L> |
| 1. Alternatieve groepsranking? | Waarom niet I bovenaan?   * I voor iedereen “ok”, R en B voor sommigen slechtste * <I, R, B, L> ?? | Waarom maakt 1 stem zoveel verschil?  Willen we geen groter verschil?   * <(R,B,I) , L> ?? | B staat bij 10 lln op nr 1; I slechts bij 5 lln!   * <B,I,R,L>?? |
| 1. Alternatieve stemregel | Borda Regel: *scores toekennen aan opties, punten per groepslid, afhankelijk van plaats in ranking* | Paarsgewijze 2/3 meerderheid: *zoals PM maar met telkens 2/3 meerderheid, anders “even goed”* | Eenvoudige meerderheid: *enkel kijken naar 1e plaats in de ranking, “the winner takes it all”* |

**Oefening: De Borda regel toepassen**

Stel dat een reis naar Istanbul uitgesloten is. Er blijven dus nog drie mogelijkheden over: Lissabon (L), Rome (R), en Berlijn (B). Stel nu dat de leerlingen volgende voorkeuren hebben doorgegeven:

* 5 lln hebben de ranking <L,R,B>
* 4 lln hebben de ranking <B,R,L>
* 2 lln hebben de ranking <B,L,R>
* 10 lln hebben de ranking <R,L,B>

Beantwoord volgende vragen:

1. Bereken de Borda score van Lissabon, van Rome, en van Berlijn aan de hand van het stappenplan in de bijlage.
2. Welke groepsranking krijg je door deze scores te vergelijken? Met andere woorden, wat is hier de groepsranking volgens de Borda regel?

**Stappenplan: Borda regel (voor 3 keuze-opties)**

1. Bereken de Borda scores van de keuze-opties

Doorloop *voor elke keuze-optie* X volgende stappen:

* Tel het aantal keer dat X op de eerste plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit getal met 2. Noem dit product “getal 1”.
* Tel het aantal keer dat X op de tweede plaats voorkomt in een ranking. Noem dit aantal “getal 2”.

De Borda score van X is: getal 1 + getal 2.

Bereken op deze manier de Borda score van elk van de drie keuze-opties.

2. Bereken de Borda ranking

Om de groepsranking volgens de Borda regel (kortom: de Borda ranking) te bepalen, vergelijk je de Borda scores van de keuze-opties. De optie die de hoogste Borda score heeft, komt eerst in de groepsranking. De optie die de tweede hoogste Borda score heeft, komt tweede. Als twee opties dezelfde Borda score hebben, komen ze op dezelfde plaats.

*Merk op:* Dit stappenplan werkt enkel wanneer er 3 keuze-opties zijn. Als je meer dan 3 keuze-opties hebt, moet je in stap 1 meer getallen berekenen, die je dan optelt om de Borda score te berekenen.

Bijvoorbeeld: als er 5 keuze-opties zijn, dan krijg je:

* Tel het aantal keer dat X op de eerste plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit getal met **4**. Noem dit product “getal 1”.
* Tel het aantal keer dat X op de tweede plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit getal met **3**. Noem dit aantal “getal 2”.
* Tel het aantal keer dat X op de tweede plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit getal met **2**. Noem dit aantal “getal 3”.
* Tel het aantal keer dat X op de derde plaats voorkomt in een ranking. Noem dit aantal “getal 4”.

De Borda score van X is: getal 1 + getal 2 + getal 3 + getal 4.

**Oefening: De Borda regel toepassen (verbetersleutel)**

Stel dat een reis naar Istanbul uitgesloten is. Er blijven dus nog drie mogelijkheden over: Lissabon (L), Rome (R), en Berlijn (B). Stel nu dat de leerlingen volgende voorkeuren hebben doorgegeven:

* 5 lln hebben de ranking <L,R,B>
* 4 lln hebben de ranking <B,R,L>
* 2 lln hebben de ranking <B,L,R>
* 10 lln hebben de ranking <R,L,B>

Beantwoord volgende vragen:

* + 1. Bereken de Borda score van Lissabon, van Rome, en van Berlijn aan de hand van het stappenplan in de bijlage.
* *Lissabon: 5x2 + 12x1 = 22*
* *Rome: 10x2 + 9x1 = 29*
* *Berlijn: 6x2 + 0x1 = 12*
  + 1. Welke groepsranking krijg je door deze scores te vergelijken? Met andere woorden, wat is hier de groepsranking volgens de Borda regel?

*Borda ranking: <R,L,B>*

# LES 3: Criteria voor stemregels



## Lesfiche Les 3

* Checklist voor een optimale start van de les Zorg voor een klasopstelling die het mogelijk maakt dat leerlingen in groepjes van minstens 4 à 5 personen samenzitten.
* Kopieer de posters met de drie criteria: Consistentie, Pareto, en Onafhankelijkheid van Andere Opties op A3 bladen, en verspreid deze over de klas (hang ze vast met plakband).
* Kopieer de bladen met “tips”, knip ze uit, en steek ze in een enveloppe per team.
* Kopieer de lln-blaadjes met de invultabel, één per groep.
* Print voor elke leerling de cursustekst af
* Zet de powerpointpresentatie klaar

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 1: herhaling + wat maakt stemregels democratisch | |
| Lesdoelen:  1. Herhaling van vorige les  De lln erkennen het belang van criteria voor democratische stemregels | Benodigdheden:  Powerpointpresentatie: van individuele voorkeuren naar groepsvoorkeuren  ABC social choice theory  Cursustekst |
| Werkvorm:  Leergesprek a.h.v. powerpoint | Tijd:   * + - 1. min |

* + - * Voer een leergesprek met de klasgroep ter herhaling van de reeds geziene leerstof aan de hand van powerpoint. Leerlingen kunnen gebruik maken van hun ABC en de cursustekst om informatie op te zoeken. De te behandelen informatie is de volgende:
* *We zagen in de vorige lessen dat je een groepsranking kan bepalen op basis van de rankings van individuen, de leden van de groep*
* *We zagen ook dat je dit op meerdere manieren kan doen. Eén zulke manier noemden we een “stemregel”.*
* *We spreken in dit verband ook van een “ranking-profiel”, als de opsomming van alle rankings van elk groepslid*
* *Een stemregel is dus een methode om, vertrekkend van zulk een ranking-profiel, te bepalen wat de groepsranking is.*
* *Nu, aangezien er vele verschillende manieren zijn om dat te doen, kan je je afvragen: Welke stemregels zijn democratisch? Is er één die beter is dan alle andere?*
* *Dit is een heel complexe vraag, die ons heel ver kan leiden. De vraag wat echte democratie is, en welke beslissingen democratisch zijn, is al eeuwenoud.*
* *We kunnen echter wel proberen om een aantal minimale eisen op te leggen aan stemregels, opdat we ze democratisch zouden kunnen noemen. Met andere woorden, we kunnen vastleggen wat ten minste voldaan moet zijn om van een democratische stemregel te spreken. Dat soort eisen noemen we in deze les “criteria”.*
* *Om een éénvoudig voorbeeld te geven, stel dat je een stemregel hebt die altijd gewoon één persoon uit de groep volgt. Dan is dat alsof die ene persoon alles beslist, en dus een soort van dictator is. Dat is dus niet echt een democratische stemregel.*
* *Je zal dus onder andere eisen dat een stemregel zo werkt dat er geen dictator is.*
* *Maar dat is niet de enige eis die aannemelijk is… In wat volgt zullen we andere criteria voor stemregels bekijken, die allemaal wel in zekere zin aannemelijk zijn, als we willen dat stemregels democratisch zijn. We gaan dit doen aan de hand van een leerspel, waarbij jullie zelf de criteria ontdekken en toepassen op de stemregels die jullie kennen uit de vorige les.*

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 2: de Arrowiaanse spelen | |
| Lesdoelen:  2. De lln onderzoeken criteria voor stemregels: Consistentie, Onafhankelijkheid van Andere Opties, en Pareto  3. De lln passen genoemde criteria toe op concrete stemregels uit vorige les | Benodigdheden:  Lln-blaadjes: invultabel (per team)  Powerpoint: instructie oefening  Posters op A3: criteria voor stemregels  Tips: 1 kopie per team  Verbetersleutel invultabel  ABC social choice theory  Cursustekst |
| Werkvorm:  Leerspel met teams van 4 à 5 leerlingen | Tijd:  30 min |

Laat de leerlingen teams van 4 à 5 leerlingen maken. Geef elk team één invultabel.

Toon de powerpoint met instructies voor het leerspel en overloop deze:

*ALGEMENE AFSPRAKEN*

* *Spreek af wie de teamverantwoordelijke is en wat jullie teamnaam is. Vul jullie namen en de teamnaam in op de achterkant van de invultabel.*
* *Jullie krijgen per team 1 invultabel. De teamverantwoordelijke vult de tabel in en legt elk gevonden antwoord voor aan de leerkracht.*
* *Werk steeds een kolom (van boven naar onder) volledig af voor je aan de volgende begint. M.a.w. je onderzoekt per stemregel aan welke criteria deze al dan niet voldoet. Dit noteer je op het opdrachtenblad.*
* *Het spel verloopt in twee periodes. Na 15 minuten weerklinkt een signal, dan tel je je tussentijdse scores op. Hierna resten er nog 10 minuten om nog zoveel mogelijk juiste antwoorden te verzamelen bij de andere teams. Daarna tel je opnieuw je punten op en bereken je het totaal.*
* *Als je een kolom afhebt, ga je langs bij de leerkracht en kan je een medaille verdienen:*
* *5/5=gouden medaille*
* *4/5= zilveren medaille*
* *3/5= bronzen medaille*
* *Als je als eerste team een kolom afkrijgt en minstens brons hebt, krijg je 3 extra punten.*
* *Je krijgt ook extra punten als je constructief en rustig samenwerkt.*

*GOED OM WETEN:*

* *De omschrijving van de criteria vinden jullie verspreid in de klas terug.*
* *Als je niet meer goed weet hoe een stemregel weer werkte, kan je het “ABC van social choice theory” raadplegen.*
* *Er zitten tips in de enveloppes; deze kunnen je helpen bij specifieke vragen.*

Geef het startsein voor het leerspel. Telkens een teamverantwoordelijke langskomt, verbeter je de antwoorden a.h.v. de verbetersleutel.

Geef na 15 minuten het sein om alle teamverantwoordelijken bij jou te laten komen, en noteer de scores die ze behaalden op hun invulblad.

Hierna mogen de leerlingen gedurende tien minuten bij andere teams op zoek gaan naar antwoorden die ze nog niet gevonden hadden; hiermee kunnen ze nog eens extra punten verdienen.

Verzamel aan het einde van de les alle invultabellen van de teams, controleer of alle namen erop staan. De prijzen worden uitgereikt in de volgende les (les 4).

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 3: Arrows theorema | |
| Lesdoelen:  4. De lln kunnen Arrows theorema uitleggen | Benodigdheden:  Powerpoint: Arrows theorema |
| Werkvorm:  Vraaggesprek + doceren | Tijd:  5 min |

Bespreek klassikaal de uitkomst van het spel:

* *Welke criteria vonden jullie moeilijk te begrijpen? Welke waren éénvoudig?*
* *Was er een stemregel die aan alle criteria voldeed?*

Toon de slide. Leg uit:

* *Wat jullie ondervonden voor deze vier stemregels, geldt eigenlijk voor alle mogelijke stemregels: namelijk dat ze nooit aan alle vijf de criteria kunnen voldoen. Dit werd aangetoond door Kenneth Arrow in de Jaren vijftig van vorige eeuw, en wordt “Arrow’s Theorem” genoemd.*
* *In de volgende les staan we verder stil bij het theorem van Arrow en ronden we deze lessenreeks af.*

## Lesmateriaal bij Les 3

1. **Invultabel Arrowiaanse spelen**
2. **Posters voor criteria (afdrukken op A3 formaat)**
3. **Tips voor Arrowiaanse spelen**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **STEMREGELS**  **CRITERIA** | **PAARSGEWIJZE MEERDERHEID** | **PAARSGEWIJZE 2/3 MEERDERHEID** | **EENVOUDIGE MEERDERHEID** | **BORDA REGEL** |
| **CONSISTENTIE** |  |  |  |  |
| **PARETO EFFICIËNTIE** |  |  |  |  |
| **PLURALISME** |  |  |  |  |
| **ONAFHANKELIJKHEID VAN ANDERE OPTIES** |  |  |  |  |
| **GEEN DICTATOR** |  |  |  |  |
| **PROFICIAT, JULLIE HEBBEN ALLES JUIST EN VERDIENEN EEN GOUDEN MEDAILLE! (=5 punten)** |  |  |  |  |
| **GOED GEDAAN! 4 JUISTE ANTWOORDEN, DAT VERDIENT EEN ZILVEREN MEDAILLE! (= 4 punten)** |  |  |  |  |
| **FIJN ZO, NOG NET IN DE TOP 3, EEN BRONZEN MEDAILLE WAARD! (= 3 punten)** |  |  |  |  |
| **EXTRA PUNTEN VOOR SNELHEID (+3)** |  |  |  |  |
| **EXTRA PUNTEN VOOR CONSTRUCTIEVE SAMENWERKING (+3)** |  |  |  |  |
| **AANTAL PUNTEN** | **DEEL 1:** | | **DEEL 2:** | |
|  |  | | **TOTAAL:** | |

NAAM VAN HET TEAM: ………………………………………………………

TEAMVERANTWOORDELIJKE: ………………………………………………………….

ANDERE LEDEN VAN HET TEAM:

* + 1. …………………………………………
    2. …………………………………………
    3. …………………………………………
    4. …………………………………………



CONSISTENTIE

De groepsranking is een ranking waarin alle opties precies 1 positie innemen. Het is daarbij wel toegelaten dat sommige opties op gelijke hoogte staan.



PARETO EFFICIËNTIE

Als iedereen in de groep vindt dat optie X beter is dan optie Y, dan staat optie X ook boven optie Y in de groepsranking.



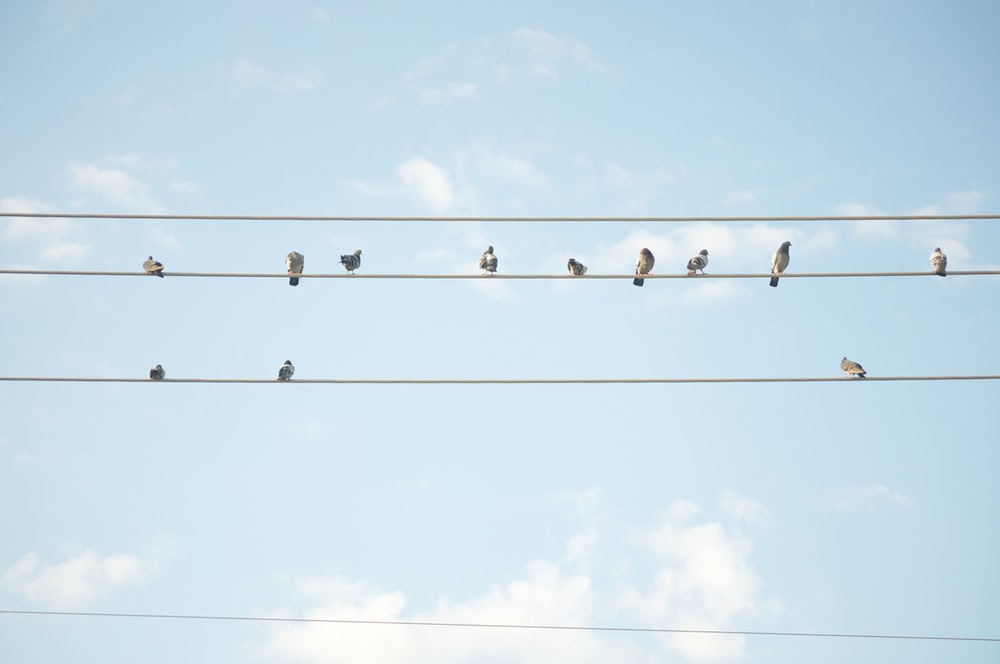
ONAFHANKELIJKHEID VAN ANDERE OPTIES

Hoe optie X zich tot optie Y verhoudt in de groepsranking hangt alleen af van hoe X zich tot Y verhoudt in elk van de individuele rankings.



GEEN DICTATOR

Er is geen persoon P in de groep zodat voor alle opties X en Y geldt: als P een strikte voorkeur heeft voor X boven Y, dan staat X ook boven Y in de groepsranking.



PLURALISME

Alle mogelijke rankings zijn toegelaten voor elk lid van de groep; ook alle mogelijke combinaties van rankings zijn toegelaten.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| TIPS! | Als iedereen optie X beter vindt dan optie Y, dan is er een meerderheid die dit vindt. Dus zal ook de groepsranking hiermee overeenstemmen. Bijgevolg voldoet de stemregel aan dit criterium. | De regel zegt niks over welke rankings wel of niet toegelaten zijn, dus voldoet de regel aan het criterium. |
| De groepsranking <…, Z, Y, X, Z, Y, X, …> die je krijgt door toepassing van paarsgewijze meerderheid, voldoet niet aan het criterium. | Stel dat je drie opties hebt: X, Y, en Z. Stel nu dat iedereen dezelfde ranking heeft, namelijk <X,Y,Z>. Dan vindt iedereen Y beter dan Z. Echter, volgens de groepsranking zullen Y en Z even goed zijn. Dus voldoet deze stemregel niet aan het criterium. | Bij deze stemregel kijk je niet naar andere opties om te bepalen wat de groepsranking is voor de twee gegeven opties. Uit de manier waarop de groepsranking opgesteld is, volgt meteen dat dit criterium voldaan is. |
| Van elke optie weet je precies hoe vaak die op de eerste, de tweede, de derde, etc. plaats voorkomt. Op basis hiervan bepaal je met deze stemregel de plaats van die optie in de groepsranking. Dus kan een optie nooit op verschillende plaatsen voorkomen. | Als iedereen optie X beter vindt dan optie Y, dan zal de score van optie X hoger zijn dan de score van optie Y. X zal dan ook boven Y staan in de groepsranking. Dus: de stemregel voldoet aan het criterium. | Als iedereen optie X beter vindt dan optie Y, dan is er een twee derde meerderheid die dit vindt. Dus zal ook de groepsranking hiermee overeenstemmen. |
| Stel dat de groep bestaat uit 5 leden. 3 ervan hebben ranking <X,Y,Z>, de andere 2 hebben <Y,X,Z>. Dan zegt deze stemregel dat de groepsranking <X,Y,Z> is. Echter, stel nu dat we de positie van Z veranderen, zodat de rankings er als volgt uitzien:   * + 3 personen kiezen <Z,X,Y>   + 2 personen kiezen <Y,Z,X>   In dit geval zal de groepsranking zijn: <Z,Y,X>, hoewel er niks veranderd is aan de voorkeuren met betrekking tot X en Y. Het criterium is dus niet voldaan. | | |
| De stemregel behandelt elk lid van de groep op precies dezelfde manier, in de bepaling van de groepsranking. Dus is het criterium automatisch voldaan. | Van elke optie weet je precies hoe vaak die op de eerste plaats voorkomt. Dit bepaalt op zijn beurt de plaats van die optie in de groepsranking, volgens deze stemregel. Een optie kan dus nooit op verschillende plaatsen voorkomen. | |
| Stel dat de groep bestaat uit 5 leden. 3 ervan hebben ranking <X,Y,Z>, de andere 2 hebben <Y,X,Z>. Dan zegt deze stemregel dat de groepsranking <X,Y,Z> is. Echter, stel nu dat we de positie van Z veranderen, zodat de rankings er als volgt uitzien:   * + 3 personen kiezen <Z,X,Y>   + 2 personen kiezen <Z,Y,X>   In dit geval zal Z er als beste uitkomen, maar zijn X en Y “even goed”. Dit is zo, ondanks het feit dat er niks veranderd is aan de voorkeuren met betrekking tot X en Y. Het criterium is dus niet voldaan. | | |

# LES 4: Arrows theorema



## Lesfiche Les 4

Checklist voor een optimale start van de les

* Zorg voor een klasopstelling die het mogelijk maakt dat leerlingen telkens per twee in “speeddebat” gaanaan aparte tafels (cf. lesfase 2).
* Kopieer de bladen met stellingen/vragen/citaten (cf. lesfase 2), 1 per tafel.
* Zet de powerpointpresentatie klaar

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 1: kort opfrissen | |
| Lesdoelen:  1. Herhaling vorige les: stemregels, criteria, Arrows Theorema  2. De lln. kunnen in eigen woorden toelichten wat de “onmogelijkheid” is die in Arrows theorema naar voren komt.  3. De lln kunnen uitleggen dat Arrows theorema aan de basis van de moderne Social Choice Theory lag. | Benodigdheden:  Powerpointpresentatie  Uitkomst leerspel les 3 |
| Werkvorm:  Situaties bespreken in kleine groepjes | Tijd:  10 min |

* Start de les met de prijsuitreiking van de Arrowiaanse spelen: de leerlingen van de teams die het meeste punten halen, krijgen het woord. Zij zijn de “experten” wat stemregels en criteria betreft. Trek het gesprek open naar de rest van de klasgroep voor aanvullingen.

1. *Wat weten jullie nog van vorige les? Waarover ging het toen?*
2. *Wat waren nu weer die criteria?*
3. *Waarom waren die criteria belangrijk?*
4. *Waren er stemregels die aan alle criteria voldeden?*
5. *Wat had Arrow precies aangetoond?*

* Doceer:

1. *Arrows theorem wordt vaak gezien als het echte begin van de sociale keuzetheorie, ofte Social Choice Theory. Het was de eerste keer dat iemand dit soort algemeen inzicht over stemregels en criteria bestudeerde. Na Arrow is dit “vaste prik” geworden en is er een hele literatuur ontstaan over stemregels en criteria. (Weetje: Arrow won mede door deze bijdrage de Nobelprijs voor Economie.)*
2. *In de rest van deze les staan we verder stil bij het theorema en wat er de implicaties van zijn.*

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 2: speeddebatten over Arrow | |
| Lesdoelen:  4. De lln kunnen kritisch omgaan met beweringen over democratie, steunend op inzichten uit social choice theory.  5. De lln hrkennen het belang van Arrows theorema en social choice theory voor het nadenken over democratie.  6. De lln beargumenterenhet nut van een exacte aanpak van vraagstukken rond democratie en social choice. | Benodigdheden:  Lln-blaadjes met stellingen/citaten/vragen: 1per tafel |
| Werkvorm:  Speeddebat: debatteren per 2 of 3 (voor grote klasgroepen: per 4) over opgegeven stellingen, citaten, of vragen. | Tijd:  20 min |

* Laat de lln per 2 of 3 (voor grote klasgroepen: per 4) aan de tafeltjes plaatsnemen.
* Leg per tafel 1 kopie van de te bespreken stelling/citaat/vraag.
  + - * Geef volgende instructies:
  + *Eén persoon leest voor wat op het blad staat. Dit kan een stelling zijn, een citaat, of een vraag. Bij citaten in het Engels staat er ook telkens een vertaling in het Nederlands bij.*
  + *Ga gedurende 2 of 3 minuten in gesprek met elkaar over de vraag/het citaat.*
  + *Vertrek hierbij van de vorige lessen en de cursustekst.*
  + *Op mijn signaal gaan jullie naar een andere tafel om daar over een nieuwe stelling/citaat/vraag te debatteren.*
  + *Je gaat niet met je hele groepje naar een andere tafel, maar verspreid je zodat je ook met andere leerlingen in gesprek kan gaan.*
  + *Zorg dat je elke stelling minstens één keer besproken hebt.*
    - * Loop tijdens het speeddebat rond en luister naar de discussies, stel bijvragen waar nodig, en zorg dat alles vlot loopt.
      * Optioneel: klassikale bespreking van het speeddebat. Als leerkracht lees je een citaat voor en laat je een drietal leerlingen hun mening hierrond beargumenteren.

|  |  |
| --- | --- |
| LESFASE 3: klassikaal stellingenspel | |
| Lesdoelen:  7. de lln reflecteren reflecteren over arrows theorema en de betekenis ervan voor de democratie | Benodigdheden:  Powerpointpresentatie (stellingen) |
| Werkvorm:  klassikaal stellingenspel onder begeleiding leraar | Tijd:  15 min |

* Vraag naar de ervaringen van de lln tijdens het debatteren. Waren er moeilijke citaten of vragen bij? Welke vonden ze bijzonder lastig?
* Projecteer de slide “neem positie in” en geef volgende instructie:
* *Ik zal nu 6 stellingen projecteren, die telkens verband houden met de citaten, stellingen, en vragen die op de tafels lagen*
* *De bedoeling is dat je een plek uitkiest in de klas die overeenkomt met wat jij van de stelling vindt. Als je helemaal links gaat staan, ben je het helemaal eens met de stelling. Ga je helemaal rechts staan, dan ben je het helemaal oneens.*
* *Wanneer je plaats hebt genomen kan ik eenieder aanduiden om je ingenomen positie te argumenteren.*
  + - * Projecteer de stellingen. Per stelling: geef de lln de tijd een plekje te kiezen. Spreek hen dan aan om te verklaren waarom ze staan waar ze staan. Na een kort gesprek laat je hen zichzelf opnieuw positioneren. Indien er iets veranderd is, vraag je waarom ze nu van mening veranderd zijn.

## Lesmateriaal bij Les 4

1. **Stellingen/citaten/vragen voor speeddebate**

!SPEEDDEBATE!

**Populisme en social choice theory**



‘*Social choice theory forces us to recognize that the people cannot rule as a corporate body in the way that populists suppose. Instead, officials rule, and they do not represent some indefinable popular will*.’

(Uit: William Riker, Liberalism Against Populism. New York: Waveland Press, 1982.)

Vertaling: ‘*Social choice theory dwingt ons te erkennen dat het volk niet kan regeren als één lichaam, zoals populisten vooronderstellen. Integendeel: ambtenaren regeren, en ze vertegenwoordigen geen ondefiniëerbare wil van het volk*.’

!SPEEDDEBATE!

**Democratie schaakmat**

‘*De stelling van Arrow zette de democratie schaakmat.*’

(Uit: Joël De Ceulaer, Hoera! De democratie is niet perfect: Verdediging van een onvolmaakt system. Antwerpen: Lannoo, 2020.)

!SPEEDDEBATE!

**Het belang van exacte, wiskundige methodes**

‘The exercise of trying to get an integrated picture from diverse preferences or interests of different people does involve many complex problems in which one could be seriously misled in the absence of formal scrutiny.’ (Amartya Sen, The Possibility of Social Choice, Nobel Lecture, December 1998, *American Economic Review* 89, 1999.)

Vertaling: ‘De oefening waarbij men tracht een ééngemaakt beeld te krijgen van diverse voorkeuren of belangen van verschilende personen brengt wel degelijk vele complexe problemen met zich mee, waarbij men ernstig misleid zou kunnen raken, bij gebrek aan formele middelen.’

!SPEEDDEBATE!

**Directe Democratie!**

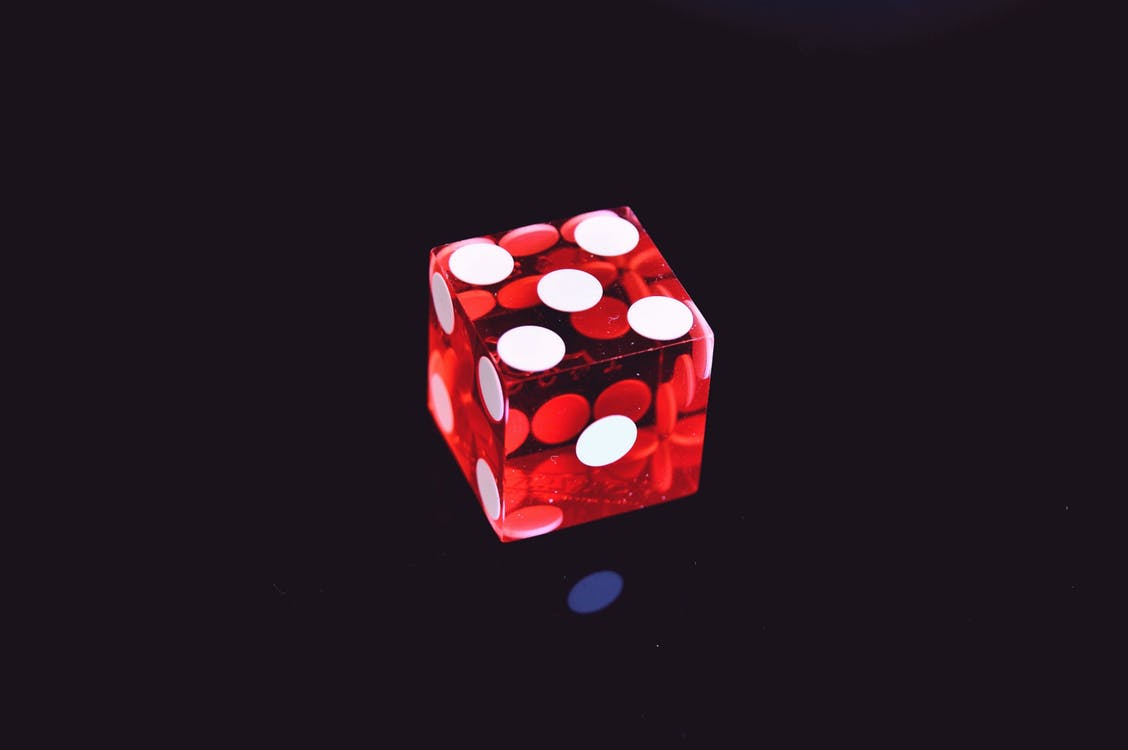


‘*Waarom nog politici verkiezen? Het zou veel beter zijn als we allemaal een “beslissingsapp” hadden waarmee we belangrijke politieke keuzes mee kunnen maken, door bijvoorbeeld gewoon een ranking op te stellen van de verschillende opties.*’

Wat vind jij van deze uitspraak? Ben je het ermee eens of net niet? En waarom wel of waarom niet?

!SPEEDDEBATE!

**Keuzestress en Arrow**



Arrows theorema zegt: Er zijn geen stemregels (voor keuzes uit minstens drie opties) die tegelijkertijd voldoen aan de vijf criteria: *consistentie, unanimiteit, pluralisme, onafhankelijkheid van andere opties, geen dictator*.

Welke van de vijf criteria van Arrow zou jij laten vallen, als je moet kiezen? Welke zou je zeker behouden?

!SPEEDDEBATE!

**Voorkeuren? Argumenten!**

*‘Als je simpelweg voorkeuren bij elkaar probeert op te tellen, kom je sowieso in de problemen. We moeten kijken naar wat de argumenten en standpunten zijn van de mensen, en op basis daarvan bepalen wat het volk wil.’*

Wat vind jij van deze uitspraak? Ben je het ermee eens of net niet? En waarom wel of waarom niet?

Stellingenspel:

1. ‘Er bestaat niet zoiets als de wil van het volk.’
2. ‘Het theorema van Arrow toont ons dat democratie onmogelijk is.’
3. ‘Social choice theory is alleen interessant voor wiskundigen.’
4. ‘Met een democratische beslissingsapp zouden we alle belangrijke beslissingen door de mensen zelf kunnen laten nemen.’
5. ‘Een dictatoriale stemregel is net zo goed als paarsgewijze meerderheid.’
6. ‘We moeten niet naar voorkeuren kijken, maar wel naar wie de beste argumenten heeft.’

# BIJLAGE 1: CURSUSTEKST

**Condorcet, Keuzestress, en Arrow:**

**een kennismaking met Social Choice Theory**

Hoe kunnen we als groep een democratische keuze maken? Is er zoiets als “de mening van de groep” en hoe kunnen we die bepalen? Welke methodes kunnen we hiervoor precies hanteren, en geven geven ze altijd de gewenste uitkomst? Kortom: wat zijn de logische mogelijkheden en beperkingen van democratische keuzes?

In deze tekst maak je kennis met *Social Choice Theory* (afgekort als SCT). SCT is een onderzoeksgebied op het raakvlak van politieke filosofie en wiskunde. De vragen die men hierbij stelt gaan over hoe mensen samen, als groep, keuzes *kunnen* maken. Dit staat in contrast met (empirische) politieke wetenschappen, waarin men onderzoekt hoe groepen van mensen *in de realiteit keuzes maken*, maar ook met (theoretische) politieke filosofie, waarin men voornamelijk argumenteert hoe groepen keuzes *zouden moeten* maken, opdat ze democratisch zouden zijn.

SCT is belangrijk voor onze opvattingen en theorieën over democratie. Als we willen uitleggen waarom een bepaalde keuze wel of niet democratisch is, of als we willen kiezen uit verschillende zulke methoden, dan is het belangrijk dat we weten wat we van die methoden mogen verwachten, theoretisch gezien. SCT is ook toepasbaar in de praktijk. Denk hierbij bijvoorbeeld aan een leerlingenraad die moet kiezen welke online tool ze gaat gebruiken om vergaderingen te plannen, de agenda van die vergadering vast te leggen, of te beslissen hoe ze hun budget gaan besteden. Bij elk van die keuzes kunnen inzichten uit SCT nuttig zijn.

De bedoeling van deze tekst is niet om een volledig overzicht te geven van deze discipline, maar wel om een aantal centrale problemen te schetsen. Hiermee krijg je een idee van de centrale vraagstukken en ideeën waardoor SCT gedreven wordt, en wat er verrassend aan is. We vertrekken hierbij van concrete voorbeeld, en bouwen stelselmatig op.

Doorheen de tekst zitten oefeningen die tot doel hebben je te helpen of je de tekst tot dusver begrepen hebt. Alle oefening zijn genummerd; hun oplossing kan je op het einde van deze cursustekst in afdeling 7 terugvinden. Oefeningen met een asterisk (\*) zijn verdiepingsoefeningen voor leerlingen met een eerder wiskundige achtergrond.

Daarnaast zijn er ook vragen “ter discussie”, dus vragen waar diverse goede antwoorden op mogelijk zijn. Deze vragen en je antwoorden erop kan je met medeleerlingen of de leerkracht bespreken.

1. **De Paradox van Condorcet**

Stel je voor dat Alicja, Bouchra, en Cas moeten beslissen hoe ze hun vrijdagavond gaan besteden. Ze hebben slechts twee opties: ofwel spelen ze op de Xbox van Bouchra, ofwel gaan ze naar café Yolo. Bovendien hebben de drie elk een sterk uitgesproken voorkeur voor hetzij Yolo, hetzij de Xbox. Dan zijn er maar een klein aantal mogelijke gevallen die we kunnen onderscheiden:

* Geval 1: Ze verkiezen alle drie Yolo boven de Xbox. In dat geval is de beslissing snel gemaakt: ze gaan alle drie naar Yolo.
* Geval 2: Ze verkiezen alle drie de Xbox boven op café gaan. Dan wordt het de Xbox.
* Geval 3: Twee van de drie verkiezen de Xbox boven Yolo. (Bijvoorbeeld: Alicja en Cas verkiezen de Xbox boven Yolo, Bouchra verkiest dan weer Yolo boven de Xbox.) Als ze allen bij hun standpunt blijven, dan zit er weinig anders op dan dat de meerderheid het haalt: ze spelen met de Xbox.
* Geval 4: Twee van de drie verkiezen Yolo boven de Xbox. Opnieuw zal dan de meerderheid het halen en gaan ze dit keer naar Yolo.

Merk op dat we er tot dusver van uitgingen dat Alicja, Bouchra, en Cas telkens een duidelijke voorkeur hebben. In het echte leven is het best mogelijk dat één of meer personen onverschillig is: het kan bv. zijn dat het voor Cas eigenlijk niet uitmaakt. In wat volgt focussen we op het geval waarin iedereen een duidelijke voorkeur heeft, maar veel van wat we zullen uitleggen geldt net zozeer voor gevallen waarin, voor sommige van de betrokken personen, sommige opties “even goed” zijn als andere.

In de bovengenoemde gevallen gebruikten we telkens een welbepaalde regel, om te bepalen of de groep optie X (Xbox) boven optie Y (Yolo) verkiest. Deze regel heet “paarsgewijze meerderheid”:

*Paarsgewijze meerderheid*: X is beter dan Y (voor de groep) als de meerderheid van de leden van de groep X boven Y verkiest; in het andere geval is Y beter dan X.

We gingen er dus eigenlijk van uit dat, als we deze regel correct toepassen, we altijd een democratische beslissing nemen.[[4]](#footnote-4) Zolang er slechts twee opties zijn lijkt dat ook vrij oncontroversiëel: tenzij er nog alternatieven zijn, of tenzij er specifieke redenen zijn om de voorkeuren van bepaalde personen meer te laten doorwegen, kan men maar beter de meerderheid laten beslissen.

Als er drie opties zijn, dan brengt paarsgewijze meerderheid echter problemen met zich mee. Stel bijvoorbeeld dat er een derde opties is: ze kunnen samen naar het Zebrapark gaan en daar iets drinken. Laat ons, om het een beetje overzichtelijk te houden, A, B, en C gebruiken als afkorting van Alicja, Bouchra, respectievelijk Cas, en laat ons X, Y, Z gebruiken voor de drie opties. Stel nu dat elk van onze drie personen een ranking opstelt, van “leukste” naar “minst leuke” besteding van de avond, en dat hun ranking er als volgt uitziet:

A: <Y, X, Z>

B: <X, Z, Y>

C: <Z, Y, X>

Dit moet je als volgt lezen: Alicja verkiest Yolo boven de Xbox en het Zebrapark, en als het dan toch niet Yolo kan zijn, heeft Alicja nog liever de Xbox dan het Zebrapark. Hieruit volgt ook dat Alicja Yolo verkiest boven het Zebrapark. Cas verkiest ook Yolo boven de Xbox, maar gaat liefst van al naar het Zebrapark.

**Oefening 1**

1a. Formuleer in je eigen woorden wat de voorkeuren zijn van Bouchra, gegeven bovenstaande “afkortingen”.

1b. Stel dat Alicja een andere voorkeur heeft, namelijk: ze verkiest het Zebrapark boven de Xbox, en de Xbox boven Yolo. Hoe stel je dan de voorkeur van Alicja afgekort voor?

Wat moet de groep nu kiezen? Een éénvoudige manier om dit te bepalen is er niet. Merk op dat geen van de drie opties, X, Y, of Z, door een meerderheid van de personen op nummer 1 geplaatst wordt. Laat ons daarom onze regel van hierboven toepassen: paarsgewijze meerderheid. Dan krijgen we het volgende resultaat:

1. Y is beter dan X (voor de groep). Immers, zowel A als C verkiezen Y boven X; alleen B verkiest X boven Y. Er is dus een meerderheid die Y boven X verkiest.
2. X is beter dan Z (voor de groep), want zowel A als B verkiezen X boven Z
3. Z is beter dan Y (voor de groep), want zowel B als C verkiezen Z boven Y

Met andere woorden, de “groepsranking” ziet er als volgt uit:

G: <… Z, Y, X, Z, Y, X, Z, Y, X, …>

De groep lijkt dus in cirkeltjes te draaien. Meer nog: voor elk van de opties X, Y, en Z, is het zo dat er telkens een meerderheid is die liever één van de andere opties heeft. Concreet:

Probleem met X: Alicja en Cas verkiezen allebei Y boven X

Probleem met Y: Bouchra en Cas verkiezen allebei Z boven Y

Probleem met Z: Alicja en Bouchra verkiezen allebei X boven Z

[](https://www.google.com/url?sa=i&url=https://de.wikipedia.org/wiki/Marie_Jean_Antoine_Nicolas_Caritat,_Marquis_de_Condorcet&psig=AOvVaw0BqF9t3wnXpLQPOBPg4SJH&ust=1593753340569000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCJj7k4LoreoCFQAAAAAdAAAAABAD)Dus, wat de groep ook kiest, er zal altijd een andere optie zijn zodat een meerderheid die optie verkiest.

Dit probleem heet de paradox van Condorcet. Het werd voor het eerst beschreven door Markies De Condorcet (1743-1794, Frankrijk). Een *paradox* is hier een redenering die, vertrekkende van aannemelijke vooronderstellingen, en aan de hand van aannemelijke denkstappen, tot een absurde conclusie leidt. De aannemelijke vooronderstellingen zijn in dit geval enerzijds de specifieke voorkeuren van de personen A, B, en C, en anderzijds de regel waarmee we bepalen wat de groep kiest. De absurde conclusie is dat de groep niks (of alles) kan kiezen, en dat wat de groep ook doet, er altijd een meerderheid zal zijn die het liever anders had gezien.

*Markies De Condorcet*

**Ter discussie:** Wat zou jij doen als je je in de situatie bevindt van Alicja, Bouchra, en Cas? Hoe zou je de keuze kunnen maken?

1. **Andere stemregels**

De paradox van Condorcet is belangrijk in diverse opzichten. In de eerste plaats toont deze paradox aan dat een éénvoudige regel, die goed werkt in sommige gevallen (bv. wanneer er slechts uit twee opties moet gekozen worden), heel vreemde gevolgen kan geven in iets complexere gevallen. Het is dus belangrijk om zulke regels met de nodige voorzichtigheid en precisie te onderzoeken. Een ander belangrijk inzicht dat volgt uit de paradox van Condorcet, is dat er soms situaties kunnen ontstaan waarin het onvermijdelijk is dat men de voorkeur van een meerderheid van de groepsleden zal moeten negeren.

Eén manier om naar de paradox van Condorcet te kijken is als een argument om andere stemregels dan paarsgewijze meerderheid te gebruiken, zodat men niet tot zulke cirkels van voorkeuren komt. In wat volgt geven we drie voorbeelden van zulke andere “stemregels”.[[5]](#footnote-5)

* *Paarsgewijze tweederde meerderheid*: De groep verkiest X boven Y als twee derde van de individuen in de groep X boven Y verkiest. Is dat niet het geval, dan zijn X en Y even goed voor de groep. Deze regel lijkt erg op paarsgewijze meerderheid, omdat ze ook de voorkeur van de groep bepaalt per paar van opties, en vervolgens pas een volledige ranking voor de groep opstelt. Hierdoor is ze echter ook ten prooi aan de paradox van Condorcet, zoals je gemakkelijk kan zien aan de hand van vorige afdeling.
* *Eenvoudige meerderheid*: Bij deze regel kijken we enkel naar de opties die elk lid van de groep op nummer 1 van zijn of haar ranking zet. We tellen dan hoe vaak een optie voorkomt op de eerste plaats van een ranking. De optie die het vaakst op plaats 1 komt, heeft de voorkeur van de groep. De optie die het tweede vaakst op plaats 1 voorkomt, komt tweede voor de groep. Etc. Als twee opties even vaak op nummer 1 voorkomen, dan zijn ze even goed voor de groep.
* *Unanimiteit*: de groep verkiest X boven Y als iedereen in de groep X boven Y verkiest. Als dat niet het geval is, zijn X en Y even goed voor de groep. Deze regel kan je zien als een extreme vorm van “paarsgewijze meerderheid”, waarbij je alleen een meerderheid volgt als die samenvalt met de hele groep. Het nadeel hiervan is dat de groep vaak onbeslist zal zijn tussen twee alternatieven.
* *Borda regel*: deze regel vergt wat meer uitleg. Stel dat er *k* verschillende opties zijn waaruit gekozen moet worden. Elke optie krijgt een score op basis van de plaats van die optie in elk van de rankings van de groepsleden. Preciezer: beschouw een optie X.
  + Neem het aantal keer dat X op de hoogste plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit met k-1.
  + Neem het aantal keer dat X op de tweede plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit met k-2.
  + Neem het aantal keer dat X op de derde plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit met k-3.

…

* + Neem het aantal keer dat X op de voorlaatste plaats voorkomt in een ranking. Vermenigvuldig dit met 1.

Tel vervolgens alle getallen die je bekomen hebt op. Die som heet de *Borda score* van optie X, naar Jean-Charles de Borda (1733-1799), een tijdgenoot van de Condorcet. Tenslotte vergelijk je de Borda score van alle opties en bepaal je zo een ranking: hoe hoger de Borda score, hoe hoger de optie staat in de ranking. (Als twee opties dezelfde Borda score hebben, zet de groep ze op gelijke hoogte.)

De Borda regel lijkt wat complex, maar eens je doorhebt hoe hij werkt zie je dat dit een ingenieuze manier is rekening te houden met de informatie die in de rankings gegeven heeft. In vele gevallen zal deze regel ook dezelfde uitkomst geven als paarsgewijze meerderheid. Echter, in sommige gevallen zijn ze wezenlijk verschillend. Men kan bovendien aantonen dat de Borda regel nooit tot cirkels van groepsvoorkeuren leidt zoals paarsgewijze meerderheid dat doet.

**Oefening 2**

Pas de stemregels *paarsgewijze twee derde meerderheid, eenvoudige meerderheid*, *unanimiteit*, en *Borda regel* toe op het voorbeeld uit Afdeling 1:

A: <Y, X, Z>

B: <X, Z, Y>

C: <Z, Y, X>

Beantwoord hierbij volgende vragen:

2a. Hoe ziet de groepsranking er uit, volgens deze alternatieve stemregel?

2b. Als je de alternatieve stemregel toepast, vertoont de groepsranking dan ook cirkels?

2c. Zijn er eventueel andere problemen die je krijgt met de alternatieve stemregel?



**Ter discussie:** Welke van de stemregels vind jij het meest democratisch? Waarom?

Welke stemregel is nu de juiste? Stel dat we bijvoorbeeld de Borda regel gebruiken, kunnen er dan geen andere problemen rijzen? Hoe zijn we zeker dat er geen andere paradoxen or rariteiten optreden?

Laat ons de laatste vraag illustreren met een voorbeeld. Uit het voorgaande kan men misschien concluderen dat de Borda regel altijd minstens even goed is als paarsgewijze meerderheid, en soms beter. Beschouw echter de volgende twee situaties:

|  |  |
| --- | --- |
| **Situatie 1: keuze uit X en Y** | **Situatie 2: keuze uit X, Y, en Z** |
| Rankings:  A: <X, Y>  B: <X, Y>  C: <X, Y>  D: <Y, X>  E: <Y, X> | Rankings:  A: <Z, X, Y>  B: <Z, X, Y>  C: <Z, X, Y>  D: <Y, Z, X>  E: <Y, Z, X> |
| Borda scores: X = 3, Y = 2 | Borda scores: X = 3, Y = 4, Z = 8 |
| Groepsranking volgens Borda regel:  <X, Y> | Groepsranking volgens Borda regel:  <Z, Y, X> |

In zowel situatie 1 als in situatie 2 zien we dat de meeste groepsleden (3 van de 5) X boven Y verkiezen. In situatie 1 leidt dat tot de conclusie dat ook de groep X boven Y verkiest. Echter, in situatie 2 is het net omgekeerd. Een ogenschijnlijk irrelevante derde optie, namelijk Z, zorgt ervoor dat plots Y boven X verkozen wordt door de groep. Dit is op zijn minst opmerkelijk te noemen, en volgens sommigen zelfs problematisch.

Kunnen we dan zowel de paradox als bovenstaand probleem vermijden, en toch op een democratische manier de voorkeuren van de groep bepalen? Dit soort vragen is verre van eenvoudig. Om ze te beantwoorden heeft men een systematische, algemene studie van dit soort stemregels nodig, om te zien welke eigenschappen ze hebben, welke voor- en nadelen ze hebben, en aan welke principes ze voldoen. Sommige zulke regels zullen bijvoorbeeld altijd rekening houden met wat de meerderheid zegt, terwijl andere regels er altijd toe leiden dat de “groepsranking” geen cirkels bevat. Tegelijk kan men ook onderzoeken in welke omstandigheden éénvoudige principes (zoals paarsgewijze meerderheid of de andere regels die we hieronder bespreken) *wel* tot een groepsranking zonder cirkels leiden. Dit is bijvoorbeeld het geval wanneer er slechts twee alternatieven zijn, of wanneer er reeds enige mate van overeenstemming is tussen de voorkeuren van de verschillende groepsleden.[[6]](#footnote-6)

1. **De verzameling van stemregels**

[](https://www.google.com/url?sa=i&url=https://news.stanford.edu/2017/02/21/nobel-prize-winner-kenneth-arrow-dies/&psig=AOvVaw0SAltSZbkUK5pLV93faGoJ&ust=1593753575654000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCMDWt_HoreoCFQAAAAAdAAAAABAD)De eigenlijke geboorte van Social Choice Theory wordt meestal toegeschreven aan Kenneth Arrow met zijn baanbrekende werk *Social Choice and Individual Values* (Arrow, 1951). Vóór Arrow was men al sinds de 18e eeuw bezig met het bestuderen van concrete stemregels, zoals de voorbeelden die we in de vorige afdeling bespraken. Vaak probeerde men daarbij te argumenteren waarom de ene regel beter is dan de andere, of probeerde men uit te zoeken in welke omstandigheden diverse regels op hetzelfde neerkomen. **Arrow daarentegen vroeg zich af aan welke *criteria* stemregels moeten voldoen, om als democratisch te gelden**. **Hij bestudeerde dus niet één of meer specifieke stemregels, maar bestudeerde de *verzameling van alle mogelijke stemregels*.** Dit bracht hem tot een zeer belangwekkend en invloedrijk resultaat, dat nu “Arrow’s Theorem” genoemd wordt.[[7]](#footnote-7)

Kenneth J. Arrow

*© Stanford University*

Om Arrows theorema uit te leggen, moeten we enkele stappen zetten. Eerst bepalen we de begrippen “ranking-profiel” en “stemregel” in exacte termen (afdelingen 3.1 en 3.2). In de volgende afdeling tonen we dat je bepaalde criteria nodig hebt om goede van minder goede stemregels te onderscheiden. Door deze ingrediënten te combineren, komen we uit bij Arrows theorema.

Het Universum van Ranking-profielen

Beschouw een keuze uit een eindig aantal verschillende opties: X, Y, .... In ons voorbeeld uit afdeling 1 waren de opties verschillende manieren om een vrijdagavond in te vullen. Opties kunnen vanalles zijn: data waarop we een festival willen organiseren, activiteiten voor een sportnamiddag, reisbestemmingen voor een eindreis, of goede doelen waar je gezamenlijk een deel van je zakgeld aan wil besteden. Het enige wat hier telt is dat de opties vooraf duidelijk bepaald zijn, en dat je als groep een ranking moet opstellen.

**Oefening 3**

3a. Zoek zelf een ander voorbeeld van een situatie waarin je uit 3 of meer opties moet kiezen.

3b. Benoem de opties, kort ze af (met letters of getallen), en stel zelf één ranking op van die opties, van “beter” naar “slechter”.

Stel dat we ons, zoals in Afdeling 1, beperken tot gevallen waarin ieder individu een volledige ranking van de opties opstelt (waarbij elke optie slechts één plaats inneemt, en er nooit twee opties zijn die “even goed” zijn). Zo hadden we bijvoorbeeld volgende ranking voor Alicja in Afdeling 1:

A: <Y, X, Z>

Als je voor elk individu een ranking vastlegt, dan bekom je een *ranking-profiel*.[[8]](#footnote-8) Een ranking-profiel geeft dus, voor elk lid van de groep, aan wat de voorkeuren van dat lid zijn. In ons voorbeeld uit Afdeling 1 was dit het ranking-profiel dat tot de paradox van Condorcet leidt:

A: <Y, X, Z>

B: <X, Z, Y>

C: <Z, Y, X>

**Oefening 4**

4a. Stel dat er 4 keuze-opties zijn, X, Y, Z, en U, en dat de groep uit 3 personen bestaat. Maak zelf drie ranking-profielen voor dit voorbeeld.

4b. Is het moeilijk om, eens je één ranking-profiel hebt, andere ranking-profielen te maken? Waarom (niet)?



**Oefening 5\***

5a. Hoeveel mogelijke rankings zijn er als je 2 alternatieven hebt?

5b. Hoeveel mogelijke rankings zijn er als je 3 alternatieven hebt?

5c. Hoeveel mogelijke rankings zijn er als je 4 alternatieven hebt?

5d. Hoeveel mogelijke rankings zijn er als je *n* alternatieven hebt, voor een natuurlijk getal *n*? Tip: Denk hierbij terug aan de notie “faculteit” uit de rekenkunde.

5e. Stel dat je weet dat er *k* mogelijke rankings zijn en dat een groep bestaat uit *m* individuen. Hoeveel mogelijke ranking-profielen zijn er dan? Tip: lees even verder onder deze oefening, en kijk of je het antwoord kan afleiden uit de formule die daar gegeven wordt.

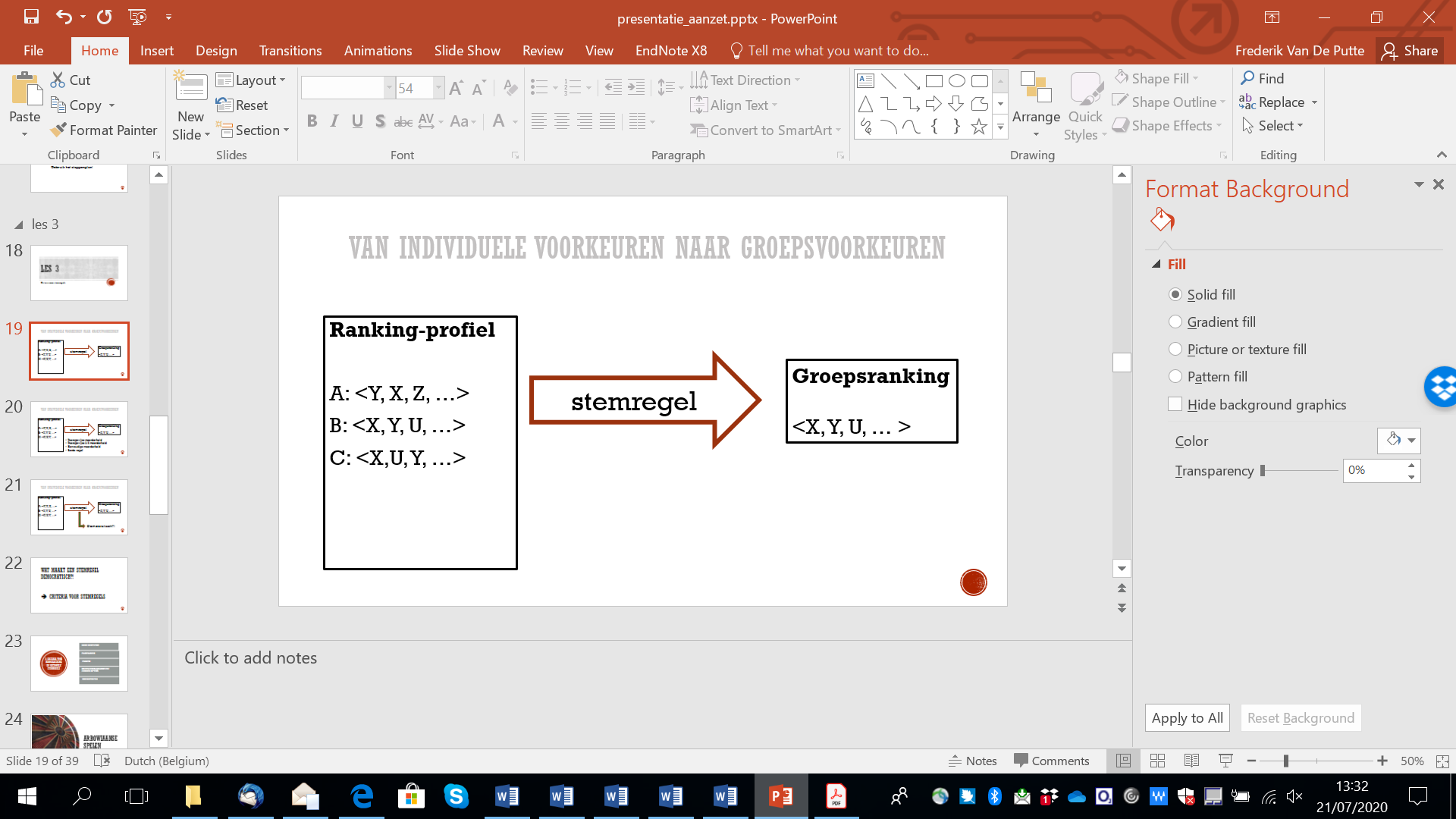
Merk op dat, naarmate er meer opties X, Y, … zijn, en naarmate er meer leden van de groep zijn, het aantal mogelijke rankings en dus ook het aantal mogelijke ranking-profielen sterk toeneemt. Als je bijvoorbeeld moet kiezen uit 5 opties, en de groep bestaat uit 7 leden, dan wordt het aantal mogelijke ranking-profielen gegeven door volgende berekening:

(5 x 4 x 3 x 2) x 7 = 420

Om te bepalen wat alle mogelijke ranking-profielen zijn moet je dus eerst vastleggen (a) wat de opties zijn en (b) uit welke individuen de groep bestaat. Aan de hand van (a) kan je bepalen hoeveel mogelijke rankings er zijn. Via (b) kan je daarna afleiden hoeveel mogelijke ranking-profielen er zijn.

Stemregels: een exacte bepaling

We kunnen nu een exactere bepaling geven van het begrip “stemregel”. Een stemregel bepaalt voor elk ranking-profiel P wat de overeenkomstige “groepsranking” G is.[[9]](#footnote-9) Alle regels die we in afdelingen 1 en 2 bespraken, vallen onder deze definitie van “stemregel”: paarsgewijze meerderheid, paarsgewijze tweederde meerderheid, de unanimiteitsregel, en de Borda regel. Volgende figuur vormt een schematische weergave van het begrip “stemregel”:



*Figuur 1: schematische weergave van de definitie van een stemregel*

**Oefening 6\***

6a. Stel dat er in totaal *n* mogelijke ranking-profielen zijn, en *m* mogelijke rankings. Hoeveel stemregels bestaan er dan, strikt genomen?

6b. Gebruik je resultaten uit oefening 5 en oefening 6a om te bepalen hoeveel stemregels er bestaan voor een situatie waarin 5 personen een ranking opstellen van 4 alternatieven.

Er zijn dus heel veel mogelijke stemregels. Niet al die regels zijn echter even aannemelijk of eerlijk. Zo vallen ook volgende voorbeelden onder onze definitie van “stemregel” (voor een groep die individu A als lid bevat, en voor opties X, Y, en Z):

* *Dictatuur van A*: De groepsranking is altijd gelijk aan de ranking van individu A, ongeacht de voorkeuren van de anderen
* *Vaste voorkeur voor X over Y over Z*: De groepsranking is altijd <X,Y,Z>, ongeacht de individuele voorkeuren

De eerst van deze twee regels komt er eigenlijk op neer dat A een dictator is: de voorkeuren van A bepalen volledig wat de voorkeuren van de groep zijn. De tweede regel is ook problematisch, aangezien deze regel helemaal geen rekening houdt met wat de individuen in de groep willen. Zelfs als men unaniem Y verkiest boven X, zal de regel “vaste voorkeur” nog steeds als uitkomst geven dat de groep X boven Y verkiest. Toch zijn dit ook stemregels volgens onze algemene definitie.

**Ter discussie:**

* Hoe zou jij zelf bepalen of een stemregel al dan niet democratisch is?
* Wat zijn eisen die je zou stellen aan een stemregel?
* Kan je één of meer stemregels bedenken die aan al die eisen voldoen?
* Hoe zou je uit verschillende stemregels moeten kiezen?

1. **Criteria voor stemregels en Arrows theorema**

In afdeling 3 zagen we dat een ranking-profiel voor elk individu in de groep vastlegt hoe dat individu de verschillende opties zou ordenen, van “beter” naar “slechter”. Stemregels werden omschreven als methodes om, gegeven zo’n ranking-profiel, te bepalen wat de ranking van de groep is. We zagen daarbij dat er een zeer groot aantal mogelijke stemregels zijn, maar dat ze niet allen even rationeel of democratisch zijn.

Arrow vroeg zich daarom af aan welke *criteria* een stemregel moet voldoen, om als democratisch en rationeel te gelden. In wat volgt focussen we op vijf zulke criteria, die door Arrow zelf werden vooropgesteld. We geven ze hieronder één voor één, en illustreren ze telkens aan de hand van ons café-voorbeeld.

* Consistentie: de groepsranking is een ranking waarin alle opties precies 1 positie innemen (dus zonder cirkels of herhalingen zoals in de Condorcet paradox). Het is hierbij wel toegelaten dat sommige opties op gelijke hoogte staan.
  + Voorbeeld: in de groepsranking <…, Z, Y, X, Z, Y, X, …> die we kregen door toepassing van paarsgewijze meerderheid neemt Z meerdere posities in. Bijgevolg voldoet ook paarsgewijze meerderheid niet aan dat criterium.
* Pareto: als iedereen optie X beter vindt dan optie Y, dan vindt de groep dit ook.[[10]](#footnote-10)
  + Voorbeeld: als Alicja, Bouchra, en Cas alle drie X boven Y verkiezen, dan verkiest de groep ook X boven Y.
* Pluralisme: elk mogelijk ranking-profiel is toegelaten; de stemregel sluit dus niet reeds bij voorbaat bepaalde (constellaties van) voorkeuren uit.
  + Voorbeeld: zowel Alicja, Bouchra, als Cas mogen vrij kiezen hoe ze de opties ordenen van “best” naar “slechtst”; elke ranking is op zich toegelaten
* Onafhankelijkheid van Andere Opties: hoe optie X zich tot optie Y verhoudt volgens de groep (dus: welke van hen de voorkeur krijgt), hangt *enkel* af van hoe X en Y in elk van de individuele rankings zich tot elkaar verhouden, dus niet van wat men over andere opties Z, Z’, etc. denkt.
  + Voorbeeld: of de groep Yolo verkiest boven het Zebrapark, kan niet afhangen van wat de groepsleden denken over de Xbox
* Geen Dictator: er is geen enkel individu A waarvoor geldt dat elke strikte voorkeur van A (voor een willekeurige optie X boven een andere willekeurige optie Y) automatisch overgenomen wordt door de groep.
  + Voorbeeld: het is niet zo dat de groep altijd de voorkeur van Alicja zal volgen.

**Oefening 7**

7a. Beschouw de stemregel “Dictatuur van A” van hierboven. Voldoet deze regel aan de criteria “Pluralisme”, “Pareto”, of “Consistentie”? Leg per criterium uit waarom dit (niet) zo is.

7b. Beantwoord dezelfde vraag als in 8a, maar voor de stemregel “Vaste voorkeur” voor X > Y > Z” van hierboven.

7c. Geldt “Onafhankelijkheid van Andere Opties” voor paarsgewijze meerderheid? Leg uit.

7d. Geldt “Onafhankelijkheid van Andere Opties” voor de Borda regel? Tip: Denk hierbij aan het voorbeeld dat we op het einde van afdeling 2 bespraken.

Het valt snel te zien dat sommige van deze criteria niet voldaan zijn, voor specifieke stemregels die we in Afdeling 2 zagen. Zo voldoet paarsgewijze meerderheid niet aan het criterium van Consistentie: wanneer we in een geval zitten zoals bij de Condorcet paradox, is de groepsranking niet consistent (ze bevat cirkels of herhalingen). Een analoge redenering kan je maken voor de regel paarsgewijze twee derde meerderheid (merk op dat er in ons café-voorbeeld een twee derde meerderheid is voor Z over Y, voor Y over X, en voor X over Z). Als we “paarsgewijze éénvoudige meerderheid” zouden beperken tot die gevallen waarin er geen cirkels kunnen ontstaan, dan schenden we het criterium van Pluralisme.

Ook de regel van *unanimiteit* komt in aanvaring met Consistentie. Volgend voorbeeld illustreert dit:

A: <X,Y,Z,U>

B: <Y,Z,U,X>

C: <Z,U,X,Y>

Volgens de unanimiteitsregel moet de groep Z verkiezen boven U. Echter, diezelfde regel zegt ook dat voor de groep, X en Z even goed zijn (want voor A is X beter dan Z, maar voor B en C is Z beter dan X). Tenslotte zegt de unanimiteitsregel ook dat X en U even goed zijn (zoek zelf even waarom). Maar je kan nu eenmaal geen ranking opstellen waarin Z boven U staat, maar X zowel op gelijke hoogte van Z als op gelijke hoogte van U staat.

De Borda regel, tenslotte, komt in aanvaring met het criterium van Onafhankelijkheid van Andere Opties. Om dit te illustreren kunnen we een variant van het voorbeeld uit afdeling 2 voor hernemen, waarbij de verhouding tussen X en Y beïnvloedt wordt door de optie Z:

|  |  |
| --- | --- |
| **Situatie 1** | **Situatie 2** |
| Rankings:  A: <X, Y, Z>  B: <X, Y, Z>  C: <X, Y, Z>  D: <Y, X, Z>  E: <Y, X, Z> | Rankings:  A: <Z, X, Y>  B: <Z, X, Y>  C: <Z, X, Y>  D: <Y, Z, X>  E: <Y, Z, X> |
| Groepsranking volgens Borda regel:  <X, Y, Z> | Groepsranking volgens Borda regel:  <Z, Y, X> |

Geen van de stemregels die we tot dusver bespraken voldoet aan alle criteria die Arrow vooropstelde. Nu kan men zich afvragen: is er dan überhaupt een stemregel die aan alle vijf criteria voldoet? Om die vraag te beantwoorden zou men alle stemregels afzonderlijk kunnen gaan bekijken, maar zoals we hierboven zagen zijn er heel veel zulke stemregels. Door abstractie te maken van concrete stemregels en enkel naar hun algemene eigenschappen te kijken, was Arrow echter in staat om het volgende aan te tonen:

***Arrows Theorema.*** Er zijn geen stemregels (voor keuzes uit minstens drie opties) die tegelijkertijd voldoen aan de vijf criteria: *consistentie, unanimiteit, pluralisme, onafhankelijkheid van andere opties, geen dictator*.

Hieruit volgt onder andere: als een stemregel aan de eerste vier criteria voldoet, dan is het een dictatoriale stemregel. Ook: als een stemregel niet dictatoriaal is, consistent is, een veelheid van diverse opinies aankan, en onafhankelijkheid van andere opties respecteert, dan is het een regel die soms een unanieme voorkeur negeert. Een voorbeeld hiervan is de regel “Vaste Voorkeur voor <X,Y,Z>” die we hierboven bespraken.



**Ter discussie:** Arrows theorema zegt dus dat de vijf criteria die hij vooropstelde te veeleisend zijn.

* Kunnen we dan eigenlijk wel ooit op een democratische manier keuzes maken?
* Hoe interpreteer jij Arrows theorema?
* Welk van de vijf criteria zou jij laten vallen, als je moet kiezen?

Over Arrows theorema is al heel wat inkt gevloeid, en men heeft er soms erg verregaande conclusies aan vastgehangen. Voor sommigen is het een reden om heel pessimistisch te zijn over democratie; anderen zien het minstens als een argument tegen het idee dat er zoiets zou zijn als “de wil van het volk”, wat wel eens door verlichtingsfilosofen beweerd werd. In zijn recente boek *Hoera! De Democratie is Niet Perfect* omschrijft Joël de Ceulaer de situatie als volgt:

‘Als je puur intuïtief nadenkt over de democratie, zou je geneigd kunnen zijn te geloven dat het niet uitmaakt welk systeem je gebruikt, dat de uitkomst altijd dezelfde zou zijn: dat onze collectieve wil altijd tevoorschijn zou komen uit de optelsom van onze stembiljetten. En dat is niet zo.’

Nog anderen zien Arrows theorema als een argument om democratische beslissingen te beperken tot keuzes uit twee opties. Het minste wat men kan zeggen is dat dit theorema toont dat er niet één volmaakte manier bestaat om individuele voorkeuren te vertalen naar een groepsranking: elke stemregel zal minstens één van Arrows criteria schenden, en men moet dus de afweging maken welke van die criteria men verkiest.

Arrows theorema is in wezen *negatief*: het zegt ons wat niet mogelijk is. Men spreekt in dit verband vaak ook van een “impossibility theorem” of “impossibility result”. Er zijn echter ook vele *positieve* resultaten in Social Choice Theory, waarbij men bijvoorbeeld aangetoond heeft dat het wel mogelijk is om aan sommige (maar niet alle) van Arrows criteria te voldoen. Een ander positief gevolg van Arrows theorema is dat het ons een soort menukaart geeft, voor het kiezen uit stemregels. Het laat ons m.a.w. toe om beter te zien wat de mogelijkheden zijn, en wat de gevolgen zijn van bepaalde stemregels.

1. **Van rankings naar opinies: judgement aggregation**

Argumenten voor voorkeuren

In het voorgaande lag de focus op de vertaling van individuele rankings naar een groepsranking, over een vooraf bepaalde reeks opties X, Y, Z, … . Belangrijk hierbij is dat er niet gekeken werd naar hoe die individuen hun voorkeuren motiveren, wat de achterliggende redenen zijn. We gingen er bijvoorbeeld van uit dat Alicja simpelweg het Zebrapark verkiest boven de Xbox; we hadden daarbij geen aandacht voor de specifieke *redenen* waarom ze liever het ene dan het andere doet.

Men kan zich dus de bedenking maken: is dit allemaal wel erg relevant voor hoe groepen in werkelijkheid keuzes maken? Stel dat Alicja, Bouchra, en Cas een whatsapp-groep hebben. Dan gaan ze toch niet éénvoudigweg hun voorkeuren (of zelfs een volledige ranking, zonder meer) opgeven? Ze zullen toch wel zeggen waarom ze liever op café gaan dan te gamen? En waarom zouden ze dan niet in staat zijn om hun voorkeuren te herzien, en aan te passen in functie van wat de anderen zeggen?

**Ter discussie:** Stel je voor dat je deelneemt aan de whatsapp-groep van Alicja, Bouchra, en Cas.

* Wat zou een reden kunnen zijn om liever naar Yolo te gaan dan op de Xbox te spelen? Gebruik hierbij je eigen fantasie…
* Wanneer zou je je voorkeur herzien? Welke informatie zou daartoe leiden? Geef een concreet voorbeeld.

Stel dat je op school jaarlijks geld inzamelt voor “De Warmste Week”, en je moet dit jaar kiezen aan welk goed doel jullie het geld gaan geven. Hoe zou jij argumenteren dat het ene goede doel “beter” is dan het andere?

Er is heel wat discussie en literatuur over hoe verschillende personen keuzes kunnen maken nadat ze over hun voorkeuren overlegd hebben. Als A, B, en C bijvoorbeeld, door te praten en argumenten te geven, zou kunnen overeenkomen over wat de relevante eigenschappen zijn van een goed café, en het eens geraken welke cafés die eigenschappen hebben, dan is het helemaal niet nodig (en zelfs absurd) om hun rankings van voor de discussie te gaan “optellen”.

Hoewel deze bedenking dus terecht is, moet men ook een belangrijke kanttekening maken. Immers, wie zegt dat men als groep (altijd) in staat zal zijn om het eens te geraken over argumenten, bedenkingen, eigenschappen, etc.? Waar stopt dit? Kunnen we, vertrekkende van opvattingen van de individuen in de groep, op een correcte en democratische manier bepalen wat voor de groep relevant en aannemelijk is?

Het Discursieve Dilemma

In het verlengde van Arrows theorema heeft men ontdekt dat er ook grenzen zijn aan het “aggregeren” (optellen of combineren) van opinies, en dat er vaak verschillende manieren zijn om dit te doen, die elk hun beperkingen hebben. We zullen de details van deze theorie hier niet verder uitspitten, maar illustreren wel het probleem aan de hand van een éénvoudig voorbeeld.

Stel dat café de Zwaan en café Yolo gesloten zijn. Alicja, Bouchra en Cas hebben dus eigenlijk maar één optie, nl. café Xanthyp. Maar aangezien twee van de drie niet echt warmlopen voor Xanthyp, komt nu een nieuwe optie op tafel, namelijk thuisblijven. Na lang overleg in de whatsapp-groep (en enkele GIFs) komen ze tot de consensus dat ze naar Xanthyp willen gaan, op drie voorwaarden:

1. het café is minstens open tot 2u ’s nachts
2. men serveert ook een warme snack in het café
3. er wordt goede muziek gedraaid in het café

De meningen zijn echter verdeeld over welk van die drie voorwaarden het geval zijn. Alicja denkt dat (1) en (2) voldaan zijn, maar (3) niet. Alicja wil dus liever thuisblijven. Bouchra denkt dat (2) en (3) voldaan zijn, maar (1) niet. Bouchra blijft dus ook liever thuis. Cas, tenslotte, denkt dat (1) en (3) voldaan zijn, maar (2) niet. Ook Cas blijft dus liever thuis.[[11]](#footnote-11) We vooronderstellen bovendien dat er geen manieren zijn voor de groepsleden om uit te vissen wat nu precies het geval is en dus wie gelijk heeft. Ze kunnen met andere woorden enkel op elkaars opinie steunen om als groep te bepalen wat het geval is.

Hoe zit het dan met de groep? Laat ons opnieuw vertrekken van een éénvoudige regel, waarbij “B” staat voor een willekeurige bewering zoals “het café is open to 2 u ’s nachts” of “men serveert ook een warme snack in het café”:

(R\*) de groep gelooft dat X waar is, als de meerderheid van de leden van de groep geloven dat X waar is; in het andere geval gelooft de groep dat X niet waar is

Passen we deze regel toe op ons voorbeeld, dan gelooft de groep dat het café open is tot 2u, dat men er een warme snack serveert, en dat er goede muziek gedraaid wordt. Bijgevolg gelooft de groep dat het café aan alle drie de voorwaarden voldoet om een goed café te zijn.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **bewering \ persoon** | **Alicja** | **Bouchra** | **Cas** | **meerderheid** |
| 1. open tot 2u? | + | - | + | + |
| 1. warme snack? | + | + | - | + |
| (3) goeie muziek? | - | + | + | + |
| DUS: op café gaan? | - | - | - | ? |

Figuur 2: Het discursieve dilemma



**Ter discussie:** Wat moeten Alicja, Bouchra, en Cas nu doen? Moeten ze, uitgaande van regel (R\*), alsnog naar Xanthyp gaan? Of moeten ze uitgaan van hun individuele opinie over het al dan niet gaan, en dus (1), (2), en (3) negeren? Welke aanpak is meer democratisch? Geef argumenten voor jouw visie op dit probleem.

Deze vraag wordt het *discursieve dilemma* genoemd (zie Figuur 2 voor een schematische weergave). Een *dilemma* is hier een situatie waarin je moet kiezen uit twee opties, maar beiden eigenlijk slecht, problematisch, of nadelig zijn. In het discursieve dilemma moet je kiezen tussen wat de meerderheid denkt over elk van (1), (2), en (3) enerzijds, en wat de meerderheid (unaniem) denkt over al dan niet op café gaan.[[12]](#footnote-12)

Judgement aggregation

Wat de Condorcet paradox is voor rankings, is het discursieve dilemma voor opinies. Net zoals bij rankings, kan men voor opinies allerlei regels bedenken die verschillend zijn van de (R\*) hierboven, en die bepalen wat de opinie van de groep is, in functie van de opinies van de individuen in de groep. Sommige van die regels geven wel een consistente uitkomst in ons éénvoudig voorbeeld hierboven, maar hebben dan weer andere nadelen. Net zoals bij rankings kan men zich afvragen aan welke criteria zulke regels moeten voldoen. En net zoals Arrow vaststelde voor rankings, kan men ook voor opinies aantonen dat er grenzen zijn aan het “aggregeren” van individuele opinies. De theorie hiervan noemt men *Judgement Aggregation*. Een vergelijking tussen judgement aggregation en social choice theory wordt weergegeven in de tabel op de volgende bladzijde.

|  |  |
| --- | --- |
| **Social Choice Theory** | **Judgement Aggregation** |
| opties, alternatieven | beweringen, claims, uitspraken, inschattingen |
| voorkeuren: | opinies: |
| “beter”, “slechter”, “even goed”, “onvergelijkbaar” | Waar/vals, meer/minder waarschijnlijk |
| stemregels | Aggregatie (optellen) van opinies |
|  |  |
| Condorcet paradox | Discursieve dilemma |
| criteria | |
| Beperkingen / conflicten tussen criteria (Arrows Theorema, …) | |

Laat ons kort één resultaat uit de theorie van judgement aggregation illustreren, zodat de analogie duidelijker wordt. Vertrekkend van een algemeen model van het vertalen van individuele opinies naar een “opinie van de groep”, argumenteert Christian List dat zulke vertaling nooit aan de drie volgende criteria kan voldoen:[[13]](#footnote-13)

* *Pluralisme\**: de vertaling kan vertrekken van alle combinaties van alle mogelijke individuele opinies, zolang die individuele opinies op zichzelf consistent zijn
* *Meerderheid\**: opdat de groep bewering B aanvaardt, moet B *minstens* door een meerderheid van individuen aanvaard zijn
* *Consistentie\**: de opinie van de groep is op zichzelf consistent

Elk democratisch beslissingsmechanisme zal dus noodgedwongen een keuze moeten maken, en één van deze drie principes moeten verwerpen. Dit noemt List het “democratische trilemma” (List 2011): een schijnbaar hartverscheurende keuze tussen drie opties (= het verwerpen van één van de drie criteria). Wil de groep in alle omstandigheden (dus voor elke mogelijke input van individuele opinies) consistent blijven, dan moet soms de opinie van de meerderheid terzijde geschoven worden. Wil men ten allen tijde de meerderheid respecteren en consistent zijn, dan zal men sommige constellaties van individuele opinies moeten uitsluiten. Wil men dat laatste niet, en wil men toch de meerderheid respecteren, dan zal men soms uitkomen bij een groepsopinie die zichzelf tegenspreekt.

List argumenteert echter tegelijkertijd dat dit resultaat ook iets positief met zich meebrengt: het stelt ons in staat om kritisch en systematisch na te denken over democratische beslissingsmechanismen en concrete, ogenschijnlijk “democratisch” beslissingen. Zo argumenteert men onder andere op basis van de sociale keuzetheorie dat het onzinnig is om op een éénduidige manier te spreken over “de betekenis van het Brexit-referendum”, laat staan over de “wil van het volk” die door zulk referendum werd uitgedrukt.

1. **Tot slot**

Samenvattend kunnen we de hoofdbezigheid van Social Choice Theory als volgt omschrijven:

* SCT bestudeert diverse manieren waarop men voorkeuren of opinies van verschillende individuen kan vertalen naar “wat de groep wil” of “wat de groep denkt”, via stemregels. Er zijn immers vele manieren om die vertaling te maken, en die geven niet altijd een goede of te verwachten uitkomst. Door ze systematisch (en met wiskundige middelen) te bestuderen, krijgt men hier meer grip op.
* SCT bestudeert tegelijk ook algemene *criteria* voor hoe die vertalingen gemaakt kunnen worden. SCT houdt zich dus bezig met vragen zoals: “Wanneer is de groepsbeslissing rationeel?” “Wanneer is ze democratisch?” “Wanneer houdt ze rekening met de meerderheid?” Die vragen zijn al veel ouder dan SCT, maar de vernieuwing van SCT bestaat erin dat men ze op een exacte, mathematische manier benadert.

Het zou kort door de bocht zijn om te stellen dat SCT aantoont dat we nooit op een democratische manier beslissingen kunnen nemen, of tot een groepsopinie kunnen komen in gevallen waarin de oorspronkelijke individuele meningen divers zijn. Anderzijds kan men ook niet simpelweg de resultaten van SCT naast zich neerleggen als zijnde irrelevant voor wat we denken over democratie.

Wat SCT aantoont is dat democratische beslissingen niet zomaar op een *mechanische* manier gemaakt kunnen worden, zelfs niet als vooraf vastligt wat de opties zijn waaruit we moeten kiezen, of wat de beweringen zijn waarover de groep een mening moet vormen. Met andere woorden, we moeten voorbijgaan aan puur wiskundig bepaalde stemregels, willen we op een gefundeerde en democratische manier beslissingen nemen als groep. SCT kan dus gezien worden als een aanzet naar een *rijkere* visie op democratie, nl. democratie als een proces van *deliberatie*: mensen moeten in overleg gaan, hun meningen en argumenten uitwisselen, waar nodig hun opvattingen herzien, om zo hetzij tot een consensus te komen, hetzij op een geïnformeerde manier te bepalen hoe ze, ondanks een verschil in visie, toch als groep een beslissing kunnen nemen.

1. **Oplossingen van de oefeningen**

**1a.** Je kan dit op vele manieren beantwoorden, maar alle antwoorden komen in se op hetzelfde neer. Eén voorbeeld: Bouchra verkiest de Xbox boven de beide andere opties, en ze verkiest het Zebrapark boven café Yolo.

**1b.** <Z,X,Y>

**2a.** Hier hangt het antwoord af van de stemregel:

* Paargewijze twee derde meerderheid: je krijgt hier ook een cirkel, dus

<… Z, Y, X, Z, Y, X, Z, Y, X, …>

* Eenvoudige meerderheid, unanimiteit, en Borda regel: alle opties zijn “even goed” voor de groep

**2b.** JA voor paarsgewijze twee derde meerderhdie; NEE voor de andere drie regels.

**2c.** Bij de andere stemregels zijn alle alternatieven even goed, en kan je dus ook niet zomaar een keuze maken.

**3a.** Hier kan je allerlei voorbeelden bedenken. We geven er één: stel dat drie vrienden moeten kiezen waar ze samen op weekend gaan: kamperen aan de Noord-Franse kust, naar een huurhuisje in Durbuy, of een airbnb in Amsterdam. Je kan deze opties afkorten als K, D, en A.

**3b.** Dit hangt opnieuw af van je voorbeeld. Met het voorbeeld dat we in 3a gaven kan je volgende rankings hebben: <K,D,A>, <K,A,D>, <A,K,D>, <A,D,K>, <D,K,A>, <D,A,K>. Merk op dat we hier telkens eerst één van de drie opties op de eerste plaats zetten, en dan de twee overgebleven opties wisselen van plaats in de ranking.

**4a.** Hier zijn veel correcte antwoorden mogelijk. We geven enkele voorbeelden van ranking-profielen in de tabel hieronder:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| <X,Y,Z,U>  <X,Y,Z,U>  <X,Y,Z,U> | <X,Y,Z,U>  <X,Y,Z,U>  <X,Y,U,Z> | <X,Y,Z,U>  <X,Y,U,Z>  <X,Y,U,Z> |
| <X,Y,Z,U>  <Y,X,Z,U>  <X,Y,Z,U> | <Y,X,Z,U>  <X,Y,Z,U>  <X,Y,U,Z> | <X,Y,Z,U>  <X,Y,U,Z>  <X,U,Y,Z> |

**4b.** Neen, dit is zeer éénvoudig: telkens als je bij één van de personen één van de opties van plaats verwisselt, bekom je een ander ranking-profiel. In de kolom hierboven deden we dit van links naar rechts, en van boven naar onder. Dit toont dat je heel snel aan heel veel mogelijke ranking-profielen komt, naarmate er meer opties en meer groepsleden zijn.

**5a.** Met twee keuze-opties, die we voor het gemak X en Y noemen, zijn er slechts 2 mogelijke rankings: <X,Y> en <Y,X>.

**5b.** Met drie keuze-opties zijn er 6 mogelijke rankings; zie het antwoord op vraag 3b hierboven.

**5c.** Met vier keuze-opties X, Y, Z, en U, zijn er 24 mogelijke rankings. Je kan dit zien door als volgt te redeneren: elk van de vier keuze-opties kunnen op de eerste plaats voorkomen. Eens je vastlegt welke optie op de eerste plaats voorkomt, heb je nog drie andere keuze-opties over, waarmee je alle 6 variaties uit vraag 5b kan vormen. Dus heb je 4 x 6 mogelijke rankings. De tabel hieronder geeft deze redenering weer.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| <X, Y, Z, U>  <X, Y, U, Z>  <X, Z, Y, U>  <X, Z, U, Y>  <X, U, Y, Z>  <X, U, Z, Y> | <Y, X, Z, U>  <Y, X, U, Z>  <Y, U, X, Z>  <Y, U, Z, X>  <Y, Z, X, U>  <Y, Z, U, X> | <Z, Y, U, X>  <Z, Y, X, U>  <Z, X, U, Y>  <Z, X, Y, U>  <Z, U, X, Y>  <Z, U, Y, X> | <U, X, Y, Z>  <U, X, Z, Y>  <U, Y, X, Z>  <U, Y, Z, X>  <U, Z, X, Y>  <U, Z, Y, X> |

**5d.** Als je *n* keuze-opties hebt, dan zijn er

*n x (n-1) x (n-2) x … x 2 x 1*

mogelijke rankings. Immers, op plaats 1 in de ranking kan je *n* verschillende opties zetten. Eens je dat deed, dan kan je op plaats 2 nog *(n-1)* verschillende opties zetten. Daarna kan je op plaats 3 nog *(n-2)* verschillende opties zetten. Etc, tot er enkel nog de laatste plaats overblijft, en dan heb je nog slechts 1 optie over. Het product hierboven wordt de faculteit van *n* genoemd, en afgekort met *!n*.

**5e.** Als er *k* mogelijke rankings zijn en *m* individuele groepsleden, dan zijn er *k x m* mogelijke ranking-profielen. Immers, elk lid van de groep kan elke mogelijke ranking hebben.

**6a.** Een stemregel bekom je door, voor elk ranking-profiel vast te leggen wat de overeenkomstige groepsranking (volgens die stemregel) is. Als er n mogelijke ranking-profielen zijn, en m mogelijke rankings, dan zijn er dus *n x m* mogelijke stemregels.

**6b.** Als er *4* alternatieven zijn, dan betekent dit dat er *24* mogelijke rankings zijn (zie oefening 5c). Als er bovendien *5* groepsleden zijn, dan volgt hieruit dat er *5 x 24 = 120* mogelijke ranking-profielen zijn (zie oefening 5e). Het aantal mogelijke stemregels komt dan op *120 x 24 = 2880* (zie oefening 6a).

**7a.** De regel “Dictatuur van A” voldoet aan alle drie de criteria:

* Pluralisme: hoewel er geen rekening gehouden wordt met de voorkeuren van anderen in de bepaling van de groepsranking, mogen ze gelijk welke voorkeur hebben
* Pareto: Als iedereen optie X beter vindt dan optie Y, dan geldt dat ook voor de dictator A. Dus zal ook de groep X beter vinden dan Y.
* Consistentie: zolang de ranking van de dictator consistent is, is de groepsranking dat ook.

**7b.** “Vaste voorkeur” voldoet aan pluralisme (om dezelfde reden als “Dictatuur van A”, zie oefening 7a). Deze regel voldoet niet aan Pareto, aangezien het best mogelijk is dat de vaste voorkeur afwijkt van wat iedereen vindt. De regel voldoet wel aan consistentie, zolang de vaste voorkeur zelf consistent is.

**7c.** “Onafhankelijkheid van Andere Opties” geldt voor paarsgewijze meerderheid, aangezien de voorkeuren tussen twee opties X en Y enkel afhangen van wat elk van de groepsleden over X en Y denken (en dus niet van andere opties).

**7d.** ”Onafhankelijkheid van Andere Opties” geldt niet voor de Borda regel. Dit wordt verderop, volgend op oefening 7, in de tekst uitgelegd.

1. **Geciteerde bronnen**

Arrow (1951). Kenneth J. Arrow,1951/1963, *Social Choice and Individual Values.* New York: Wiley.

Black (1948). Duncan Black, “On the Rationale of Group Decision-Making.” *Journal of Political Economy*, Vol. 56 (1948), pp. 23–34.

De Ceulaer (2019). Joël De Ceulaer, *Hoera! De democratie is niet perfect: Verdediging van een onvolmaakt system.* Antwerpen: Lannoo, 2020.

Estlund (1994). David M. Estlund, “Opinion leaders, independence, and Condorcet's Jury Theorem”, *Theory and Decision*, Vol. 36 (1994), pp. 131–162.

Kornhauser (1992). L. A. Kornhauser, “Modeling collegial courts II: Legal doctrine”, *Journal of Law, Economics and Organization* Vol. 8 No. 3 (1992), pp. 441-470.

List (2011). Christian List, “The Logical Space of Democracy”, *Philosophy & Public Affairs,* Vol. 39, No. 3 (2011), pp. 262-297.

List (2013). Christian List, "Social Choice Theory", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.). URL: <https://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/social-choice/>

List en Pettit (2011). Christian List and Philip Pettit, 2011, *Group Agency: The Possibility, Design, and Status of Corporate Agents*. Oxford: Oxford University Press.

Rae en Daudt (1976). D. W. Rae en H. Daudt, “The Ostrogorski paradox: a peculiarity of compound majority decision”, *European Journal of Political Research*, Vol. 4 No. 4 (1976), pp. 391-398.

# BIJLAGE 2: HET ABC VAN SOCIAL CHOICE THEORY

Hieronder vind je een alfabetische lijst van termen die struikelblokken kunnen vormen. We verklaren deze termen in functie van de cursustekst “Condorcet, Keuzestress, en Arrow: een kennismaking met Social Choice Theory” (en geven dus enkel hun betekenis in deze context). Sommige verklaringen bevatten zelf termen die ook weer verklaring behoeven; zulke termen zijn telkens onderlijnd.

* *Borda regel*

De Borda regel is een stemregel, waarin elk van de alternatieven een score krijgen die gebaseerd is op de individuele rankings, en men vervolgens een groepsranking bepaalt die een afspiegeling is van die scores. De score die een alternatief hierbij krijgt wordt ook de “Borda score” genoemd. Zie afdeling 2 van de cursustekst voor de precieze bepaling van de Borda score en de Borda regel.

* *consistent(e ranking)*

Een geheel van uitspraken is consistent als het niet zo is dat deze beweringen intern tegenstrijdig zijn. Zo is bijvoorbeeld “het regent en mijn fietsketting is gebroken” consistent, hoewel die bewering niet waar hoeft te zijn. Daarentegen is “het regent en het regent niet” inconsistent, d.w.z., niet consistent.

Een ranking is consistent als het zo is dat elk alternatief precies één plaats krijgt in de ranking. Hieruit volgt ook dat er geen “cirkels” zijn zoals in de paradox van Condorcet. Consistentie van rankings is één van de vijf criteria voor stemregels die Arrow vooropstelde.

* *criterium, -a*

Een criterium is, in het algemeen, een maatstaf waaraan bepaalde zaken wel of niet voldoen. Andere woorden die vaak hetzelfde betekenen (in filosofische en wiskundige teksten) zijn: eis, voorwaarde, conditie. In de cursustekst bespraken we criteria die wel of niet gelden voor bepaalde stemregels: bijvoorbeeld dat de stemregel altijd tot een consistente groepsranking leidt, of dat de stemregel altijd unanimiteit respecteert.

* *dictator, -s*

Synoniem: alleenheerser. Een dictator is iemand die helemaal alleen bepaalt wat gebeurt, wat er gekozen wordt, welke politiek er gevoerd wordt, etc. In de context van Social Choice Theory gebruikt men de term “dictator” voor een lid van de groep waarvoor het zo is dat, gegeven een stemregel of beslissingsmethode, de voorkeuren van dit lid altijd bepalend zijn voor de groepsranking of voor de uiteindelijke keuze van de groep. Die stemregel of beslissingsmethode noemt men dan “dictatoriaal”. Belangrijk hierbij is dat men niet altijd van te voren kan “zien” dat een stemregel of beslissingsmethode dictatoriaal is; soms zijn stemregels erg ingewikkeld en vergt dit veel denkwerk.­

* *dilemma, -‘s*

Een dilemma is een situatie waarin je moet kiezen uit twee opties, maar beiden eigenlijk slecht, problematisch, of nadelig zijn. Zo kan je bijvoorbeeld stellen dat men als politicus voor een dilemma staat, wanneer men moet kiezen tussen (a) de fysieke gezondheid van een zeer klein, maar onbepaald deel van de bevolking, en (b) de vrijheid en privésfeer van alle leden van de bevolking.

In de context van judgement aggregation spreekt men vaak van het discursieve dilemma, omdat je bij het “optellen” van opinies moet beslissen of je meteen de opinies over het “eindbesluit” gaat optellen, dan wel kijkt naar hoe elk van de individuen denkt over bepaalde redenen, en daar de meerderheid volgt. Deze keuze blijkt een belangrijke impact te hebben op het eindelijke resultaat, zoals uitgelegd in afdeling 5.2 van de cursustekst.

* *eenvoudige meerderheid*

Dit is een stemregel waarbij men enkel kijkt naar de hoogst gerankte opties. Met andere woorden: men houdt geen rekening met wat op de tweede, de derde, de vierde, etc. plaats komt in de rankings van de verschillende personen. Een optie X is dus beter dan een andere optie Y als het zo is dat X vaker (bij meer personen) op plaats 1 komt dan Y. Als ze allebei even vaak op plaats 1 voorkomen, zijn ze even goed.

* *groepsranking, -s*

Een groepsranking is een ranking (ordening van alternatieven of opties) die men bekomt door het toepassen van een stemregel op een ranking-profiel. Intuïtief gezien kan men een groepsranking zien als een afspiegeling van “de voorkeuren van de groep”. Echter, aangezien er meerdere stemregels zijn, en aangezien geen enkele stemregel volmaakt is (cf. Arrows theorema), is er ook geen unieke groepsranking. De term groepsranking is daarom vooral een hulpmiddel om te kunnen spreken over “datgene wat je bekomt als je stemregel (X) toepast op een bepaald ranking-profiel”.

* *judgement aggregation*

Judgement aggregation is de theorie van hoe men de opinies van diverse personen, die over diverse beweringen gaan (die met elkaar in verband staan) kan “optellen” en zo een “opinie van de groep” kan bepalen. Zie afdeling 5 van de cursustekst, waar enkele voorbeelden en resultaten uit de judgement aggregation literatuur besproken worden.

* *paarsgewijze meerderheid*

Paarsgewijze meerderheid is een stemregel die centraal staat in de paradox van Condorcet, en die algemeen als een zeer democratische stemregel wordt aanzien – zij het dat deze regel, net zoals alle andere stemregels, niet “perfect” is. Bij paarsgewijze meerderheid wordt een groepsranking van de keuze-opties opgesteld door telkens twee van de opties te vergelijken (de opties worden dus *paarsgewijs* vergeleken). Optie X is volgens deze regel beter dan optie Y als het zo is dat er een meerderheid van de groepsleden is die X beter vindt dan Y. Door zo alle opties met elkaar te vergelijken bekom je een groepsranking. Het is echter mogelijk dat deze groepsranking cirkels vertoont en dus eigenlijk “oneindig lang doorloopt”; dat is de paradox van Condorcet (zie afdeling 1 van de cursustekst).

* *paarsgewijze twee derde meerderheid*

Dit is een variant van paarsgewijze meerderheid, waarbij men enkel X boven Y plaatst (voor de groep) als minstens twee derde van de groepsleden X beter vinden dan Y.

* *paradox, -en*

Een paradox is een redenering die, vertrekkende van aannemelijke vooronderstellingen, en aan de hand van aannemelijke denkstappen, tot een absurde conclusie leidt. Bekende voorbeelden zijn: de paradox van de leugenaar (die tot de conclusie leidt dat er zinnen bestaan die zowel waar als vals zijn), Zeno’s paradox (die tot de conclusie leidt dat men niet kan bewegen), en de paradox van Russel (die tot de conclusie leidt dat er een verzameling bestaat die zichzelf bevat maar ook niet zichzelf bevat).

* *Pareto (efficiëntie)*

Gegeven een ranking-profiel, dus een opsomming van alle rankings van elk individu, zegt men dat een groepsranking Pareto efficiënt is als het zo is dat er geen enkele andere groepsranking is die voor alle groepsleden beter zou zijn. Als we ons toespitsen op slechts twee keuze-opties X en Y, dan zeggen we dat de groepsranking niet Pareto efficiënt is als het zo is dat iedereen X boven Y verkiest, maar de groepsranking het omgekeerde doet. Aan deze term hangt dan ook één van Arrows criteria vast, namelijk dat de groepsranking altijd Pareto efficiënt moet zijn: als iedereen X boven Y verkiest, dan moet ook de groepsranking X boven Y plaatsen.

* *pluralisme*

In het algemeen betekent “pluralisme” dat men respect heeft en ruimte laat voor een veelheid (“pluraliteit”) van meningen, visies, waarden, opvattingen etc. In de context van social choice theory wordt dit vertaald naar: elk individu kan in principe elke mogelijke voorkeur of *ranking* hebben. Met andere woorden, stemregels moeten zodanig opgesteld worden dat ze voor elk ranking-profiel kunnen bepalen wat de groepsranking is.

* *ranking, -s*

Een *ranking* is een ordening van opties of alternatieven naargelang hun kwaliteit. Zo kan men opties bijvoorbeeld ordenen van “beste” naar “slechtste”, of van “meest winstgevend” naar “duurst”. In de sociale keuzetheorie vertrekt men altijd van de vooronderstelling dat elk individu reeds voorkeuren heeft die in een ranking kunnen uitgedrukt worden. Hierbij staat men meestal wel toe dat sommige opties “even goed” zijn als andere.

* *ranking-profiel, -en*

Een ranking-profiel is een lijst van rankings: één voor elk individu in een groep. Een ranking-profiel is met andere woorden een bepaling van de voorkeuren van elk individu in de groep, gegeven een verzameling opties of alternatieven. Ranking-profielen vormen daarmee de “input” van een stemregel, die als “output” een groepsranking geeft. Zie afdeling 3.1 voor meer voorbeelden en uitleg bij dit concept.

* *stemregel, -s*

Een stemregel is een methode waarmee men, gegeven een willekeurig ranking-profiel, bepaalt wat de groepsranking is. Voorbeelden van stemregels zijn paarsgewijze meerderheid, paarsgewijze tweederde meerderheid, en de Borda regel. Zie afdeling 3.2 voor meer voorbeelden en uitleg bij dit concept.

* *theorema, -‘s*

Een “theorema” is een centrale stelling of bewering die men in de wiskunde (of aan de hand van wiskundige methodes) aantoont. Klassieke voorbeelden zijn de *Stelling van Pythagoras* of de twee *Onvolledigheidstheorema’s van Gödel*.

* *unaniem*

Een voorkeur is “unaniem” binnen een groep als het zo is dat iedereen in de groep diezelfde voorkeur heeft. Een besluit of beslissing wordt ook “unaniem” genoemd als iedereen in de groep uitdrukkelijk heeft aangegeven akkoord te gaan met dit besluit of deze beslissing. Unanieme beslissingen worden vaak gecontrasteerd met beslissingen bij meerderheid, waarbij slechts een meerderheid (maar niet iedereen) akkoord gaat.

# BIJLAGE 3: UITGEBREIDE VERWIJZING NAAR EINDTERMEN

# Aansluiting bij huidige vakgebonden eindtermen, procesdoelen en VOET[[14]](#footnote-14) (2020)

* 1. **Niet confessionele zedenleer**

Bron: <https://rikz.be/vak-ncz/leerplannen/leerplannen-per-onderwijsniveau/>

* + 5ASO:
    - Themaveld 3 samenleven, democratie en burgerschap:
      * Procesdoel 3 Humaniseren: democratische principes toepassen, zoeken naar consensus
      * Kennis: de geëngageerde burger
      * Specifieke vaardigheden: bespreken welk engagement nodig is binnen een democratie
* 6ASO:
  + - Themaveld 3 samenleven, democratie en burgerschap:
      * Procesdoel 3 humaniseren: democratische principes toepassen, zoeken naar consensus
      * Kennis: plichten van de burger, plichten van de overheid; politieke systemen: dictatuur, theocratie, technocratie, democratie
      * Specifieke vaardigheden: perspectiefwisseling aanbrengen en consequenties bespreken
  + 6TSO:
    - Themaveld 3 samenleven, democratie en burgerschap:
      * Procesdoel 3 Humaniseren: democratische principes toepassen, zoeken naar consensus

**1.2 Algemene eindtermen wiskunde ASO 3de graad (basisvorming)**

Bron: <https://pro.g-o.be/blog/documents/2006-059.pdf>

* **ET 2: De leerlingen analyseren, schematiseren en structureren wiskundige informatie**

Onze snel evoluerende samenleving noopt tot soepelheid om snel en efficiënt problemen op te lossen. Geïnspireerd door het probleemoplossend denken en door zelfvertrouwen kweekt de leerling vorsingsdrang om complexe problemen op te lossen. Problemen bevatten een reeks gegevens (informatie) en monden uit in een vraag tot oplossing. Teneinde deze oplossing te kunnen bereiken of alleszins na te streven moeten de leerlingen de complexiteit van gegevens kunnen ontwarren (ontleden, analyseren), vanuit deze analyse de gegevens in schema brengen en dit schema inpassen in een passende en verantwoorde structuur

* **ET 6: De leerlingen geven voorbeelden van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost**

Het is precies de toepasbaarheid van de wiskunde in andere vakgebieden en in de maatschappij die hoofdzakelijk de grootste rechtvaardiging van dit vak in het onderwijs uitmaakt. Zeker om deze reden moeten er in het onderwijs schikkingen getroffen worden om de toepassingen inderdaad tot hun volle recht te laten komen. Om een beter beeld te krijgen van deze bruikbaarheid is het noodzakelijk dat het gebruik van wiskundig materiaal in andere vakgebieden conform geschiedt aan de wijze waarop dit materiaal bij de leerlingen wordt aangebracht. Daarom ook is het volkomen zinloos dat de wiskunde in andere leervakken gevulgariseerd wordt tot enkele techniekjes. De conformiteit en de waardige behandeling van wiskunde in andere leervakken zal zeker ook door de leerlingen worden bewaakt. Zij kunnen getuigenis afleggen van het utilitaire karakter van de wiskunde en kunnen daardoor ook vlot voorbeelden geven van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost.

* **ET 9: De leerlingen gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in de wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit**

Het bij de leerlingen via de wiskunde aangekweekte probleemoplossend vermogen laat hen toe om zowel kennis als inzicht en inherente vaardigheden te hanteren wanneer zij geconfronteerd worden met problemen uit de realiteit. Ook bij de oplossing van deze problemen zullen zij de gegevens analyseren, hun relevantie en bruikbaarheid bepalen, deze in schema brengen, toetsen aan het gestelde probleem en van daaruit resultaatswaardige oplossingsmethoden aftasten. De overdrachtelijkheid van wiskundige methodieken naar oplossingsschema’s voor problemen uit het dagdagelijkse leven van individuen en uit de maatschappij is groter dan op het eerste gezicht vermoed wordt. Succeservaring hierbij zal leerlingen en volwassenen nog meer aanzetten tot gebruik van deze wiskundige verworvenheden.

* **ET 13 (attitude): de leerlingen zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten.**
  1. **Leerplan Wijsgerige stromingen VVKSO**

Bron: <http://ond.vvkso-ict.com/leerplannen/doc/Wijsgerige%20stromingen-1992-112.pdf>

Het lesmateriaal sluit aan bij de volgende aspecten uit het leerplan wijsgerige stromingen VVKSO (3de graad ASO, KSO):

* **Algemene doelstellingen:**
  + Het tot stand brengen van de eerste kennismaking met de belangrijkste begrippen en thema's uit de wijsbegeerte;
  + de bereidheid bevorderen tot verantwoord kritisch denken en handelen;
  + de bekwaamheid bevorderen om met anderen een ernstig, inhoudelijk gesprek te voeren; - interesse wekken voor het waarderen van teksten en van andere cultuuruitingen met een filosofisch karakter.
* **Specifieke doelstellingen van het 1ste leerjaar van de 3de graad:**
  + De leerlingen leren via significante probleemstellingen de verwondering over de verschillende aspecten van het fenomeen mens-zijn, zoals ze zich ontvouwen in de levensloop, filosofisch uit te diepen.
* **Aansluiting bij leerinhouden 1ste jaar 3de graad:** 
  + - **De mens en zijn levensloop: d**e handelende mens - de maatschappelijke verantwoordelijkheid voor een rechtvaardige samenleving.
  1. **Aansluiting bij de VOET**

Bron: <http://eindtermen.vlaanderen.be/publicaties/voet/voet2010.pdf>

Het lesmateriaal sluit aan bij de vakoverschrijdende eindtermen in context 5, de politiek-juridische samenleving:

1 leerlingen geven aan hoe zij kunnen deelnemen aan besluitvorming in en opbouw van de samenleving

10 leerlingen illustreren hoe een democratisch beleid het algemeen belang nastreeft en rekening houdt met ideeën, standpunten en belangen van verschillende betrokkenen

11 kunnen gegevens, handelwijzen en redeneringen ter discussie stellen aan de hand van relevante criteria

12 zijn bekwaam om alternatieven af te wegen en een bewuste keuze te maken

13 kunnen onderwerpen benaderen vanuit verschillende invalshoeken

16 houden rekening met ontwikkelingen bij zichzelf en bij anderen, in samenleving en wereld

17 toetsen de eigen mening over maatschappelijke gebeurtenissen en trends aan verschillende standpunten

1. ragen actief bij tot het realiseren van gemeenschappelijke doelen

# Aansluiting bij nieuwe sleutelcompetenties met primaire focus op doorstroomfinaliteit

Vanaf schooljaar 2023-2024 treden de nieuwe eindtermen in voege in het 1ste leerjaar van de 3de graad. In 2023-2024 volgt dan het 2de leerjaar van de 3de graad.

* 1. **Niet confessionele zedenleer**

Idem 1.1 . Er treden geen wijzigingen op in de procesdoelen en het leerplan niet-confessionele zedenleer.

* 1. **Sleutelcompetentie 6: Competenties inzake wiskunde, exacte wetenschappen en technologie Wiskunde**

**Bouwsteen: Redeneringen opbouwen en abstraheren rekening houdend met de samenhang en structuur van wiskunde.**

**ET 6.15 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en uitspraken.**

met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Symbolen: ∧, ∨, ¬, ⇒, ⇔, ∀, ∃

\*Conceptuele kennis

- Implicatie, equivalentie

- Nodige en voldoende voorwaarde

- Logica uit eindtermen van de derde graad doorstroomfinaliteit

- Wiskundige eigenschappen uit eindtermen van de derde graad doorstroomfinaliteit zoals afgeleide functies van f(x) = x en f(x) = x², eigenschappen van rijen

\*Procedurele kennis

- Illustreren van een uitspraak met voorbeelden

- Verifiëren van de correctheid van een wiskundige uitspraak > Opbouwen van een eenvoudige wiskundige redenering > Weerleggen van een uitspraak met een tegenvoorbeeld

- Beargumenteren van redeneerstappen in een aangereikte wiskundige redenering

- Reconstrueren van behandelde bewijzen in een gewijzigde situatie zoals met andere symbolen, in een specifiek geval

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau evalueren

* 1. **Sleutelcompetentie 7: Burgerschapscompetenties met inbegrip van competenties inzake samenleven**

**Bouwsteen: Omgaan met diversiteit in het samenleven en het samenwerken.**

**ET 7.2 De leerlingen gaan respectvol en constructief om met individuen en groepen in een diverse samenleving.° (attitudinaal)**

**ET 7.3 De leerlingen hanteren strategieën om respectvol en constructief samen te werken in een diverse samenleving.**

Met inbegrip van kennis:

\*Feitenkennis

- Compromis, consensus, win-win-oplossing, meningsverschil

\*Conceptuele kennis

- Compromis, consensus, win-win-oplossing, meningsverschil

- Solidariteit, vreedzaam samenwerken en samenleven

- Machtsverhoudingen tussen de betrokkenen, belangen van de betrokkenen

\*Procedurele kennis

- Toepassen van strategieën om democratisch en respectvol te onderhandelen over conflicterende standpunten zoals socratisch gesprek, handelen op basis van wederkerigheid en rekening houden met verschillende perspectieven, belangen en machtsverhoudingen, deliberatie over conflicterende thema’s

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

Affectieve dimensie°: Handelen vanuit een persoonlijk kader waarin voorkeuren voor waarden, opvattingen, gedragingen , gebeurtenissen, informatie, taken, strategieën,… geïnternaliseerd zijn, maar waarbij nog aandacht nodig is voor de balans tussen conflicterende aspecten

**Bouwsteen: Geïnformeerd en beargumenteerd met elkaar in dialoog gaan.**

**ET 7.7 De leerlingen zijn bereid om in dialoog hun mening te ontwikkelen en bij te sturen.° (attitudinaal)**

**ET 7.8 De leerlingen hanteren strategieën om op een geïnformeerde en beargumenteerde wijze in dialoog te gaan over maatschappelijke uitdagingen.**

Met inbegrip van kennis

\*Conceptuele kennis

- Standpunt, argument, tegenargument, betrouwbare informatie en conclusie

- Drogredenen zoals op de persoon spelen, overdrijven, veralgemenen, een gezagsargument aanhalen, woorden in iemands mond leggen, onjuiste oorzaakgevolgrelatie trekken

\*Procedurele kennis

- Toepassen van strategieën om met elkaar in dialoog te gaan zoals actief luisteren, creatief denken, zich inleven, respectvol en duidelijk uitkomen voor je mening

- Toepassen van strategieën om een eigen mening te onderbouwen

- Toepassen van strategieën om drogredenen, inclusief het functioneren en de mogelijke impact ervan, te herkennen en te onderscheiden

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**Bouwsteen: Actief participeren aan de samenleving, rekening houdend met de rechten en plichten van iedereen binnen de rechtstaat.**

**ET 7.11 De leerlingen hanteren strategieën om inspraak, participatie en besluitvorming toe te passen rekening houdend met de rechten en plichten van iedereen.**

Met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Inspraak, participatie en besluitvorming

\*Conceptuele kennis

- Inspraak, participatie en besluitvorming zoals in schoolse situaties, jeugd- en vrijetijdsorganisaties, benefietacties, drukkingsgroepen

\*Procedurele kennis

- Toepassen van strategieën voor inspraak, participatie en besluitvorming, rekening houdend met de rechten en plichten van iedereen zoals stemmen, overleggen, petities organiseren, lobbyen, opinies delen

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

Affectieve dimensie°: Handelen vanuit een persoonlijk kader waarin voorkeuren voor waarden, opvattingen, gedragingen , gebeurtenissen, informatie, taken, strategieën,… geïnternaliseerd zijn, maar waarbij nog aandacht nodig is voor de balans tussen conflicterende aspecten

**Bouwsteen: Democratische besluitvorming op lokaal, nationaal en internationaal niveau duiden.**

**7.15 De leerlingen reflecteren over randvoorwaarden van democratische besluitvorming aan de hand van actuele gebeurtenissen.**

Met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Grondrecht

- Randvoorwaarden zoals transparantie, overleg, draagvlak, gedeelde informatie, persvrijheid

\*Conceptuele kennis

- Grondrechten

\*Procedurele kennis

- Toepassen van strategieën om te reflecteren over randvoorwaarden van democratische besluitvorming aan de hand van actuele gebeurtenissen

Met inbegrip van context

\* Ter ondersteuning bij het realiseren van deze eindterm kan volgend referentiekader gebruikt worden: ‘Competences for democratic culture’ van de Raad van Europa. Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau evalueren

* 1. **Specifieke eindtermen voor de 3de graad van het secundair onderwijs – Wetenschapsdomein 5: Filosofie**

**Uitgebreide filosofie**

**ET 5.1.4 De leerlingen reflecteren over visies en vraagstukken uit de politieke filosofie aan de hand van filosofische begrippen**.

Met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Vakterminologie inherent aan de afbakening van de eindterm

\*Conceptuele kennis

- Begrippen uit de politieke filosofie met inbegrip van legitimiteit van de overheid, rechtvaardigheid, individu en gemeenschap en eventueel andere zoals gelijkheid, positieve en negatieve vrijheid, natuurtoestand, minderheidsrechten

- Visies uit de politieke filosofie zoals liberalisme, communitarisme, contracttheorie, utilitarisme, natuurrechttheorie, multiculturalisme, conservatisme

\*Procedurele kennis

- Toepassen van strategieën om te reflecteren over visies en vraagstukken uit de politieke filosofie zoals vragen stellen, politiek-filosofische visies interpreteren en vergelijken, gedachte-experimenten uitvoeren, teksten met een politiek-filosofische invalshoek lezen en schrijven, voor en tegen een visie argumenteren, de eigen visie in vraag stellen

Met inbegrip van context

\* De specifieke eindterm wordt gerealiseerd met aandacht voor filosofische tradities.

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau evalueren

**ET 5.1.5 De leerlingen ontwikkelen een onderbouwde argumentatie over filosofische thema’s**.

Met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Vakterminologie inherent aan de afbakening van de eindterm

\*Conceptuele kennis

- Geldigheid van een redeneerschema aan de hand van basisprincipes uit de logica zoals syllogisme, modus ponens en modus tollens

- Valkuilen van het denken zoals cognitieve zwakheden, biases

- Drogredenen zoals op de persoon spelen, overdrijven, overhaast veralgemenen, een gezagsargument aanhalen, stropop aanhalen, hellend vlak aanhalen, woorden in iemands mond leggen, onjuiste oorzaak-gevolgrelatie trekken, meervoudige vraag stellen, cirkelredenering

\*Procedurele kennis

- Stellen van filosofische vragen

- Lezen en schrijven van teksten met een filosofische invalshoek

- Toepassen van strategieën om een argumentatief betoog op te bouwen met inbegrip van het selecteren van relevante informatie, een argumentatieschema opstellen, de geldigheid van een redenering onderzoeken, drogredenen detecteren

- Toepassen van strategieën om een onderbouwde argumentatie te creëren zoals actief luisteren, vragen stellen, socratisch gesprek voeren, creatief denken, zich inleven in en reageren op andermans standpunt, (tegen)argumenteren, visies interpreteren en vergelijken, gedachte-experimenten uitvoeren, de eigen visie in vraag stellen

Met inbegrip van context

\* De specifieke eindterm wordt gerealiseerd met aandacht voor filosofische tradities.

\* De specifieke eindterm wordt gerealiseerd aan de hand van thema’s uit filosofische domeinen zoals de wijsgerige antropologie, ethiek, zijnsleer, kenleer, wetenschapsfilosofie, politieke filosofie.

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau creëren

**Pakket uit de filosofie**

**ET 5.2.3 De leerlingen reflecteren over visies en vraagstukken uit de politieke filosofie aan de hand van filosofische begrippen.**

Met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Vakterminologie inherent aan de afbakening van de eindterm

\*Conceptuele kennis

- Begrippen uit de politieke filosofie met inbegrip van legitimiteit van de overheid, rechtvaardigheid, individu en gemeenschap en eventueel andere zoals gelijkheid, positieve en negatieve vrijheid, natuurtoestand, minderheidsrechten

- Visies uit de politieke filosofie zoals liberalisme, communitarisme, contracttheorie, utilitarisme, natuurrechttheorie, multiculturalisme, conservatisme

\*Procedurele kennis

- Toepassen van strategieën om te reflecteren over visies en vraagstukken uit de politieke filosofie zoals vragen stellen, politiek-filosofische visies interpreteren en vergelijken, gedachte-experimenten uitvoeren en teksten met een politiek-filosofische invalshoek lezen, voor en tegen een visie argumenteren, de eigen visie in vraag stellen

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau evalueren

**ET 5.2.4 De leerlingen ontwikkelen een onderbouwde argumentatie over filosofische thema’s**.

Met inbegrip van kennis

\*Feitenkennis

- Vakterminologie inherent aan de afbakening van de eindterm

\*Conceptuele kennis

- Geldigheid van redeneerschema aan de hand van basisprincipes uit de logica zoals syllogisme, modus ponens en modus tollens

- Valkuilen van het denken zoals cognitieve zwakheden, biases

- Drogredenen zoals op de persoon spelen, overdrijven, overhaast veralgemenen, een gezagsargument aanhalen, stropop aanhalen, hellend vlak aanhalen, woorden in iemands mond leggen, onjuiste oorzaak-gevolgrelatie trekken, meervoudige vraag stellen, cirkelredenering

\*Procedurele kennis

- Stellen van filosofische vragen

- Lezen van teksten met een filosofische invalshoek

- Toepassen van strategieën om een argumentatief betoog op te bouwen met inbegrip van het selecteren van relevante informatie, een argumentatieschema opstellen, de geldigheid van een redenering onderzoeken, drogredenen detecteren,

- Toepassen van strategieën om een onderbouwde argumentatie te creëren zoals actief luisteren, vragen stellen, socratisch gesprek voeren, creatief denken, zich inleven in en reageren op andermans standpunt, (tegen)argumenteren, visies interpreteren en vergelijken, gedachte-experimenten uitvoeren, de eigen visie in vraag stellen

Met inbegrip van context

\* De specifieke eindterm wordt gerealiseerd aan de hand van thema’s uit filosofische domeinen zoals de wijsgerige antropologie, ethiek, politieke filosofie.

Met inbegrip van dimensies eindterm

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau creëren

1. VOET verwijst naar vakoverschrijdende eindtermen. Alle VOET zijn terug te vinden via: <http://eindtermen.vlaanderen.be/publicaties/voet/voet2010.pdf>. Met de inhoudelijke vernieuwing van het secundair onderwijs in Vlaanderen vanaf 2019 en het decreet nieuwe eindtermen worden de VOET stelselmatig vervangen door de nieuwe sleutelcompetenties. In het 1ste leerjaar van de 3de graad treden de nieuwe eindtermen in werking op 1 september 2023. Het 2de leerjaar van de 3de graad volgt dan op 1 september 2024. [↑](#footnote-ref-1)
2. Als je voor deze lesfase niet wil steunen op digitale media, kan je ook vragen dat de lln hun bevindingen van vorige les op een papiertje noteren, waarna je er enkele uitpikt en deze kort bespreekt. [↑](#footnote-ref-2)
3. Een variant bestaat erin dat de hoogst geplaatste optie slechts *k-1* punten krijgt, en de laagst geplaatste optie 0 punten. Dit maakt geen verschil voor de uiteindelijke uitkomst van de stemregel. [↑](#footnote-ref-3)
4. Een bekend resultaat van Condorcet dat we in deze tekst niet behandelen, nl. het *Condorcet Jury Theorema*, gaat precies over het kiezen uit twee opties, waarbij geldt dat slechts één van beide opties objectief gezien “correct is”. Het theorema zegt ruwweg dat in dit soort gevallen, naarmate een groep groter wordt, de groepsbeslissing volgens paarsgewijze meerderheid met toenemende waarschijnlijkheid correct is. Zie List (2013) en voor meer informatie over dit theorema, en Estlund (1994) voor een vrij toegankelijk bewijs ervan. [↑](#footnote-ref-4)
5. Een precieze en algemeen toepasbare bepaling van het begrip “stemregel” volgt in Afdeling 3. Hier beperken we ons tot concrete voorbeelden. [↑](#footnote-ref-5)
6. Black toonde aan dat, wanneer de rankings van de individuen in een groep aan een bepaalde formele vereiste genaamd “single-peakedness” voldoen, paarsgewijze meerderheid altijd een “normale” groepsranking oplevert (1948). [↑](#footnote-ref-6)
7. Een “theorema” is een centrale stelling of bewering die men in de wiskunde (of aan de hand van wiskundige methodes) aantoont. Klassieke voorbeelden is de *Stelling van Pythagoras* of de twee *Onvolledigheidstheorema’s van Gödel*. [↑](#footnote-ref-7)
8. In de vakliteratuur (die Engelstalig is) gebruikt men hier de term “preference profile”, wat letterlijk vertaald zou worden als “preferentie-profiel”. [↑](#footnote-ref-8)
9. In wiskundige termen is een stemregel een functie die elk ranking-profiel afbeeldt op een ranking. [↑](#footnote-ref-9)
10. Dit criterium is vernoemd naar het werk van de Italiaanse econoom en filosoof Vilfredo Pareto (1848-1923). [↑](#footnote-ref-10)
11. Merk op dat we hier impliciet vooronderstellen dat Alicja, Bouchra, en Cas inzien dat er een logische relatie is tussen enerzijds (1), (2), en (3), en anderzijds de vraag of ze al dan niet willen gaan. Dat logisch verband is hier belangrijk: als er geen zulk verband zou zijn, dan kan de groep altijd de meerderheid volgen zonder dat dit tot een tegenspraak leidt. [↑](#footnote-ref-11)
12. De term “discursive dilemma” werd geïntroduceerd door List en Pettit (2011). Het dilemma is echter analoog aan de al eerder bekende “doctrinal paradox” die door Kornhauser (1992) geïntroduceerd werd, en het is ook nauw verwant aan de nog oudere “Ostrogorski paradox” (Rae en Daudt 1976). [↑](#footnote-ref-12)
13. We parafraseren hier (List 2011). Net als bij Arrows theorema moet hier ook aan een extra voorwaarde voldaan zijn, namelijk dat de verzameling van beweringen waarover de groep moet oordelen (in functie van de oordelen van de individuen) een bepaalde minimale complexiteit moet bezitten, dat er bepaalde logische relaties tussen de beweringen moeten gelden. List argumenteert echter dat die extra voorwaarde zeer zwak is, en dus zeer vaak voldaan is. [↑](#footnote-ref-13)
14. VOET verwijst naar vakoverschrijdende eindtermen. Alle VOET zijn terug te vinden via: <http://eindtermen.vlaanderen.be/publicaties/voet/voet2010.pdf>. Met de inhoudelijke vernieuwing van het secundair onderwijs in Vlaanderen vanaf 2019 en het decreet nieuwe eindtermen worden de VOET stelselmatig vervangen door de nieuwe sleutelcompetenties. In het 1ste leerjaar van de 3de graad treden de nieuwe eindtermen in werking op 1 september 2023. Het 2de leerjaar van de 3de graad volgt dan op 1 september 2024. [↑](#footnote-ref-14)